

开关电源的闭环控制技术基础

谢少军

xsj@nuaa.edu.cn

开关电源的闭环控制技术基础

- 一. 开关变换器闭环控制系统的结构
- 二. 开关变换器建模的基本方法
- 三. 闭环控制系统其它部分的建模
- 四. 闭环控制系统的稳定性判据
- 五. 开关变换器的频率特性与系统性能
- 六. 补偿网络的设计与实现

一、开关变换器闭环控制系统的结构

1、开关变换器闭环控制必要性

■ 静态和动态指标

主要取决于主电路的设计和
控制方案

效率、功率密度、功率因数、纹波和EMC

电源调整率、负载调整率、输出电压的精度、动态性能、并联模块的不均流度……

开环控制无法满足这些指标
要求，系统必须闭环控制

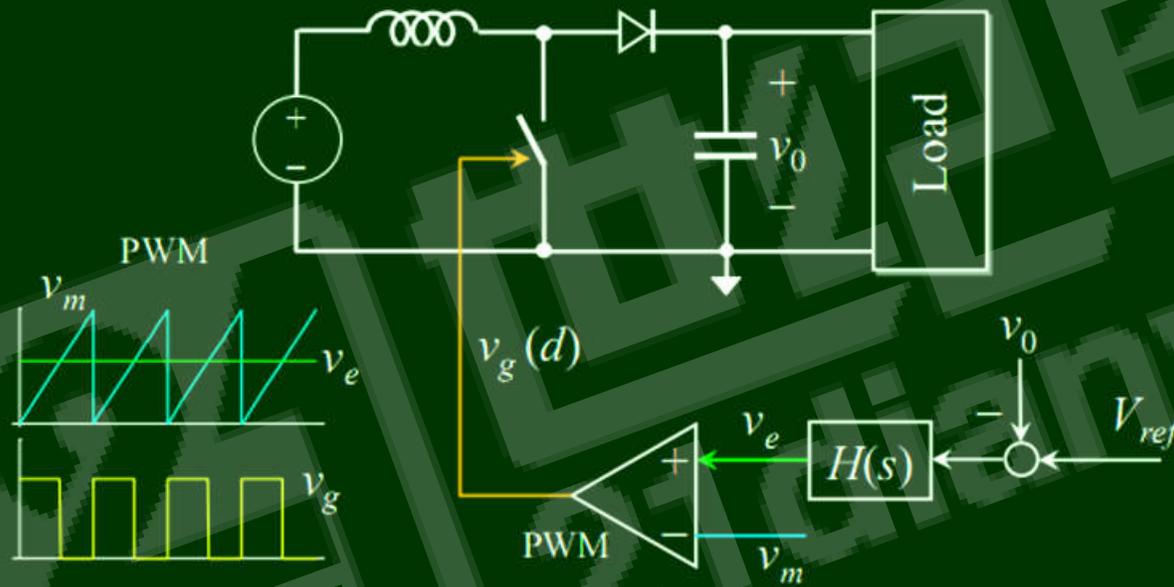
- 基本上所有实际应用的电力电子变换器均是闭环控制的系统

一、开关变换器闭环控制系统的结构

2、开关变换器闭环控制系统的基本结构

单电压闭环控制的Boost变换器

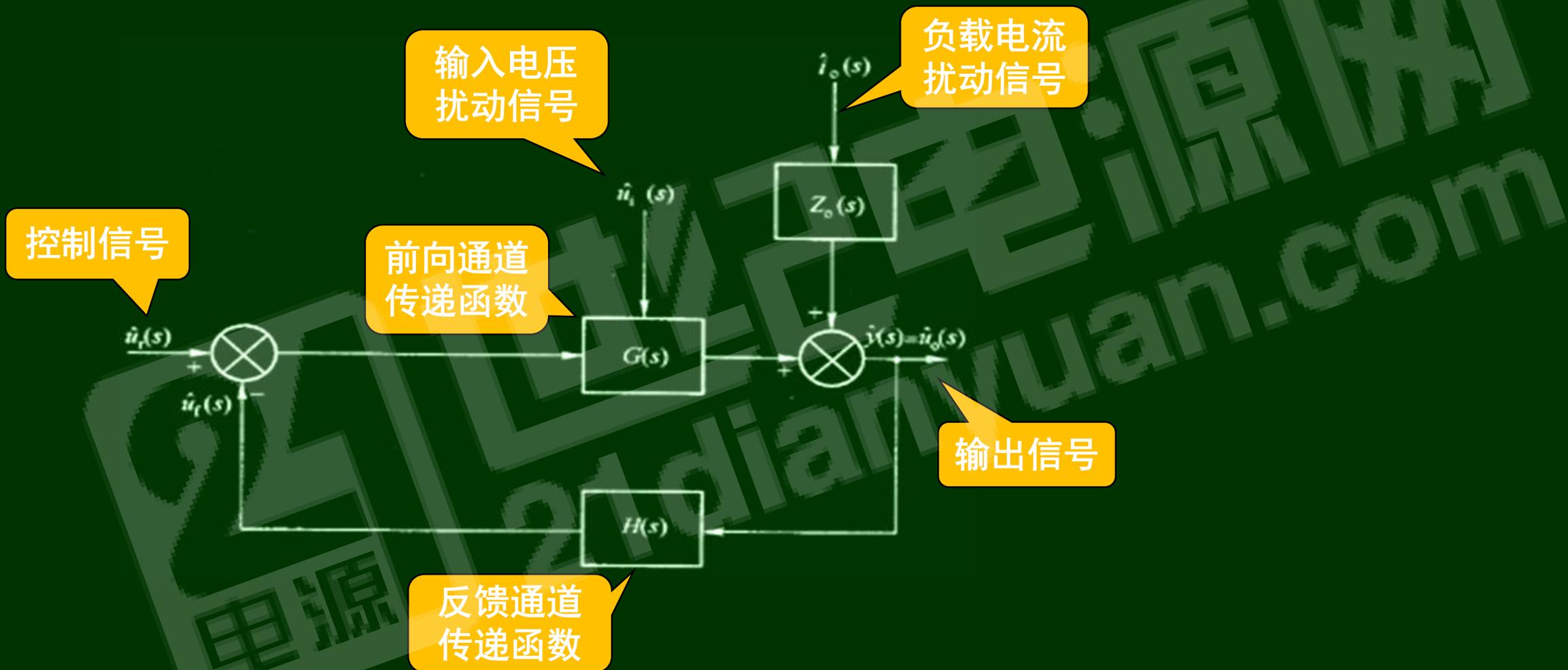
“Voltage Mode Control”



由给定、检测、比较、调节（补偿）、调制（PWM）、执行（控制对象）等环节构成

一、开关变换器闭环控制系统的结构

3、闭环控制开关变换器系统的方块图



闭环控制系统的分析模型（结构图）：方块图

一、开关变换器闭环控制系统的结构

4、开关变换器建模的必要性

- 闭环控制系统存在稳定性问题

干扰：电源、负载、电路参数的变化，启动/停机

需要进行反馈控制设计以保证系统的稳定性

- 稳定性判定的经典理论：幅值裕度、相位裕度
- 开环、闭环传递函数：各个环节的数学模型



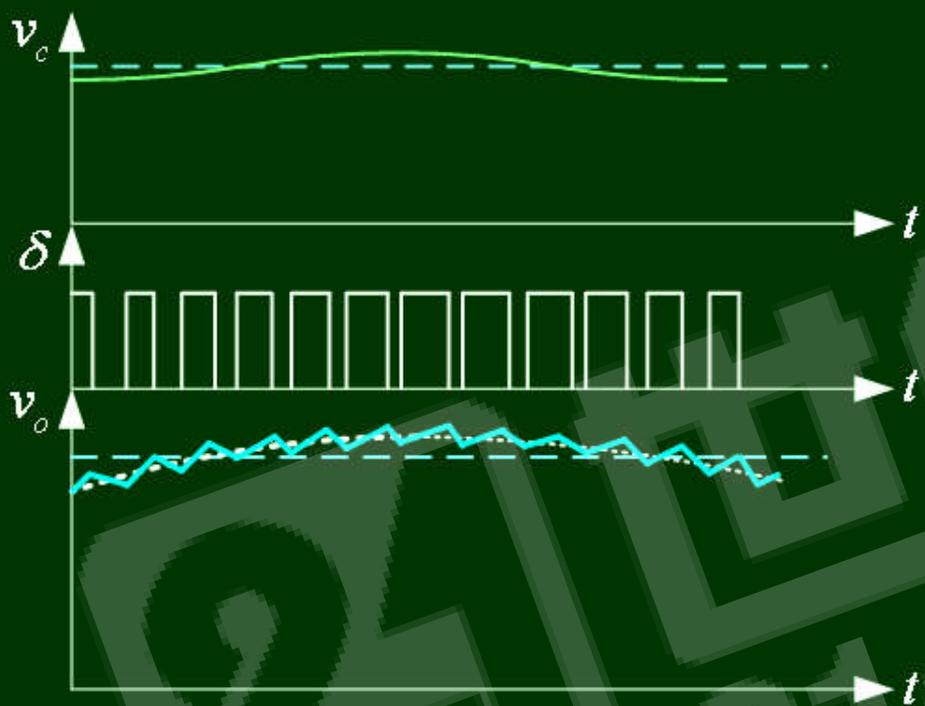
开关变换器是非线性系统，而经典控制理论是基于线性系统的理论，能否适用于此？
若可以，如何获取其数学模型？

开关电源的闭环控制技术基础

- 一. 开关变换器闭环控制系统的结构
- 二. 开关变换器建模的基本方法
- 三. 闭环控制系统其它部分的建模
- 四. 闭环控制系统的稳定性判据
- 五. 开关变换器的频率特性与系统性能
- 六. 补偿网络的设计与实现

二 开关变换器建模的基本方法

1、建立开关变换器线性模型的前提



- 输出电压包含：**稳态分量、低频调制分量、高频开关纹波分量**

- 输出电压的低频调制分量的幅值与 D_m 成正比，频率等于小扰动信号的调制频率 ω_m ，因此**具有线性电路的特征**。

- **忽略纹波**，研究开关变换器在**稳态工作点附近**的动态特性时，可以将其近似为**线性系统**。

$$d(t) = D + D_m \sin \omega_m t$$
$$D_m \ll D \quad \omega_m \ll \omega_s = 2\pi f_s$$

二、开关变换器建模的基本方法

建立开关变换器的线性模型一般方法：**忽略开关频率分量**，建立占空比、输入电压的低频扰动对变换器中的电压、电流影响的小信号线性化模型。

建立线性化模型的前提

- 低频假设 $f_{\omega} \ll f_s$
- 小纹波假设 $f_0 \ll f_s$
- 小信号假设 $|\widetilde{x(t)}| \ll X$

建模的基本方法：**电路平均法、状态方程法**

2 电路平均模型

- ▽ 当系统的截止频率远低于开关频率时，可以将开关的瞬时值用一个周期的平均值来代替。
- ▽ 忽略与开关频率有关的纹波

变量的平均

电路的平均

开关函数的平均

基本开关单元的平均

二 开关变换器建模的基本方法

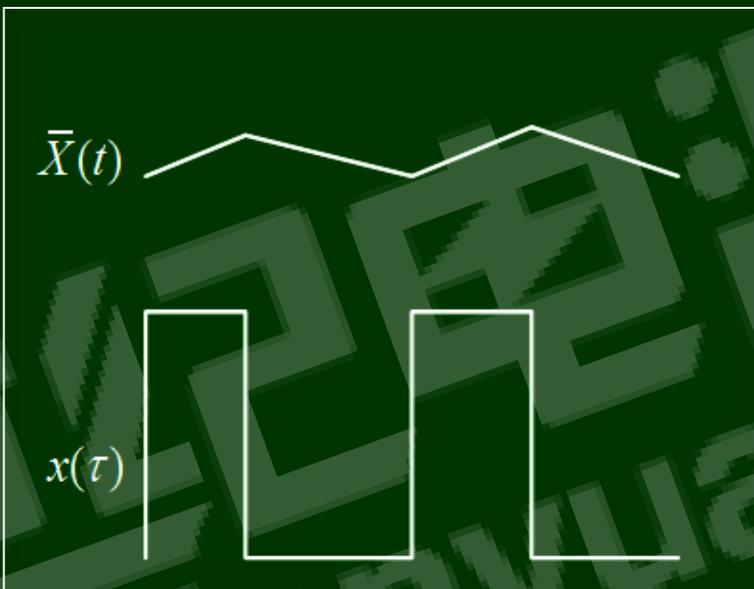
2 电路平均模型

变量的平均

$$\bar{X}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) d\tau$$

$x(\tau)$ 周期性的时变、PWM变量

T : 最短的同步开关周期



$\bar{X}(t)$

连续函数

线性元件：变量的瞬时值和平均值遵守同样的约束关系

例： $v_R(t) = R \cdot i_R(t)$

$$\bar{v}_R(t) = R \cdot \bar{i}_R(t)$$

2 电路平均模型

电路的平均

电路是由各变量按KCL、KVL约束构成的

$$\text{KCL: } \sum i = 0 \quad \longrightarrow \quad \sum \bar{i} = 0$$

$$\text{KVL: } \sum v = 0 \quad \longrightarrow \quad \sum \bar{v} = 0$$

KCL和KVL为线性、时不变约束

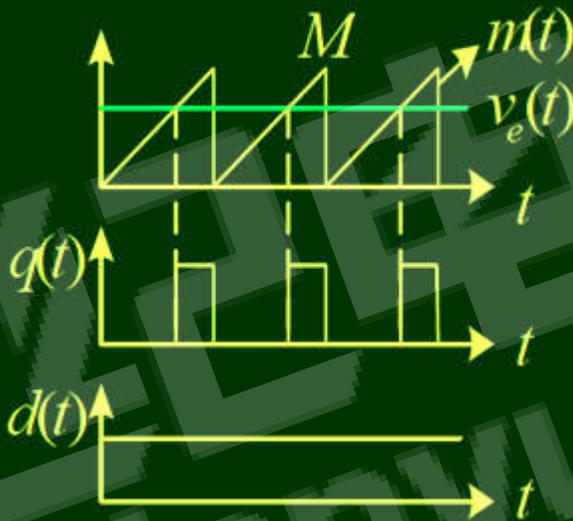
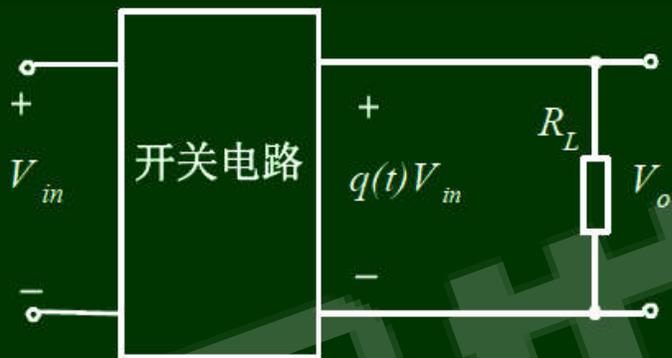
电路平均的方法:

- 1、所有时变的电压、电流量用其平均值表示
- 2、所有线性、时不变元件不改变
- 3、非线性时变元件用其等效电路代替

二 开关变换器建模的基本方法

2 电路平均模型

开关函数的平均



$$q(t) = \begin{cases} 0 & v_e(t) > m(t) \\ 1 & v_e(t) < m(t) \end{cases}$$

$$d(t) = \overline{q(t)}$$

$$d(t) = \frac{M - v_e(t)}{M} = 1 - \frac{v_e(t)}{M}$$

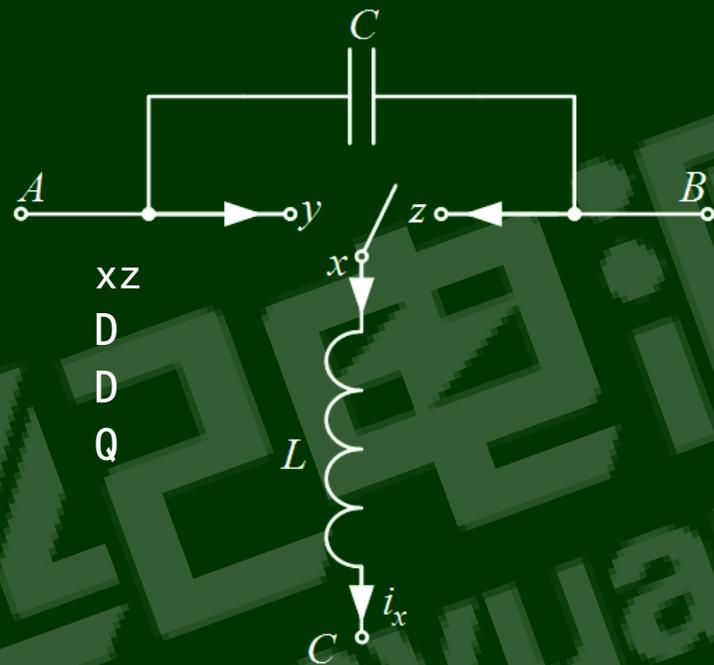
占空比函数 连续

二 开关变换器建模的基本方法

2 电路平均模型

基本开关单元的平均

电路	输入	输出	xy	xz
Buck/boost	AC	BC	Q	D
Buck	AB	CB	Q	D
Boost	CB	AB	D	Q



假设:

f_{sw} 足够高, v_{yz} 和 i_x 纹波可忽略

开关函数为 $q(t)$, 平均值为 $d(t)$

$$i_y = qi_x \quad \overline{i_y} = \overline{qi_x} \approx \overline{q(t) \cdot i_x(t)} = d(t) \cdot \overline{i_x(t)}$$

$$\overline{v_{xz}} = \overline{qv_{yz}} \approx \overline{q(t) \cdot v_{yz}(t)} = d(t) \cdot \overline{v_{yz}(t)}$$

二 开关变换器建模的基本方法

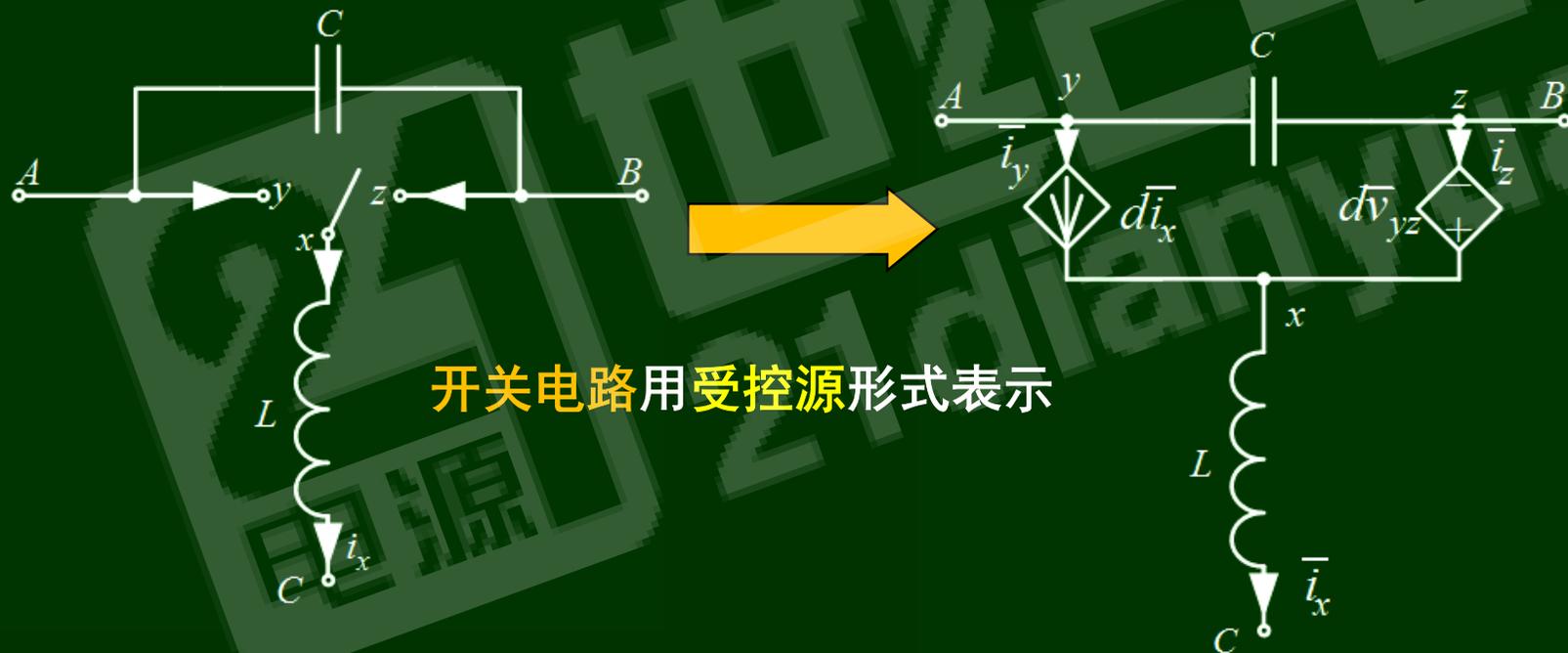
2 电路平均模型

基本开关单元的平均

$$\overline{i_y} = d(t) \cdot \overline{i_x(t)}$$

$$\overline{v_{xz}} = d(t) \cdot \overline{v_{yz}(t)}$$

非线性、时变：等效



开关电路用受控源形式表示

二 开关变换器建模的基本方法

2 电路平均模型

基本开关单元的平均

$$\bar{i}_y = d(t) \cdot \overline{i_x(t)} \quad \bar{v}_{xz} = d(t) \cdot \overline{v_{yz}(t)}$$

$$\bar{i}_z = \bar{i}_x - \bar{i}_y = (1-d)\bar{i}_x = \frac{(1-d)}{d}\bar{i}_y$$

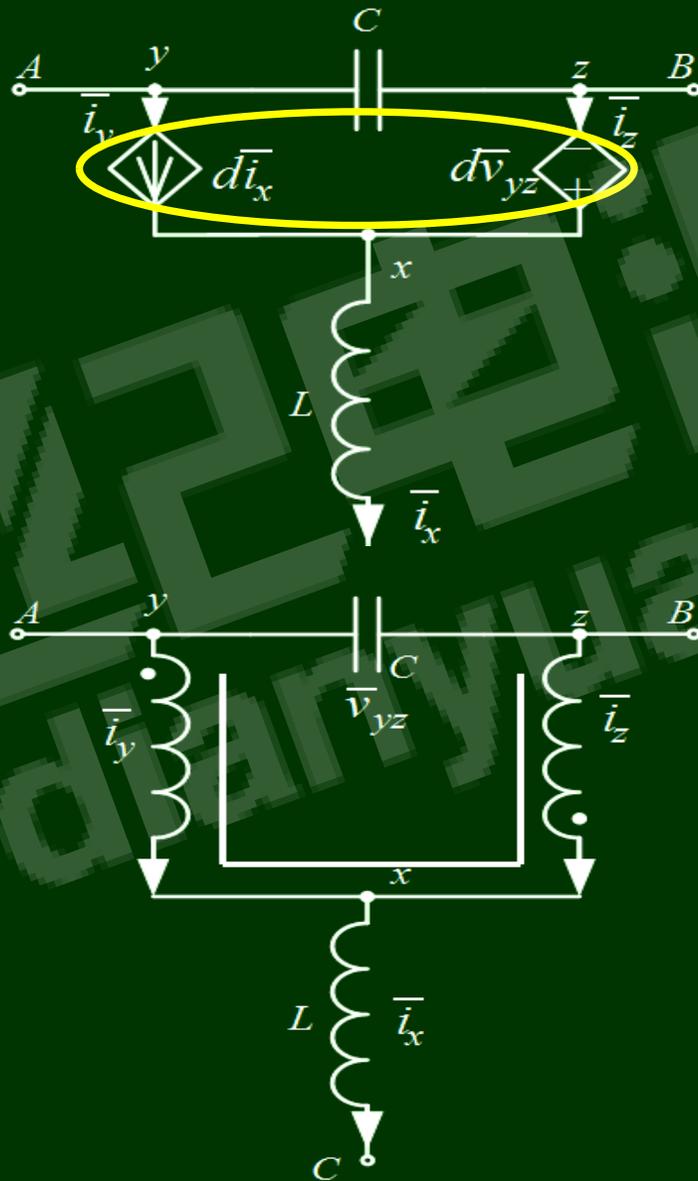
$$\bar{v}_{xy} = \bar{v}_{yz} - \bar{v}_{xz} = (1-d)\bar{v}_{yz} = \frac{(1-d)}{d}\bar{v}_{xz}$$

$$\therefore \bar{i}_y : \bar{i}_z = d : (1-d)$$

$$\bar{v}_{xy} : \bar{v}_{zx} = (1-d) : (-d)$$

理想变压器形式平均电路

匝比: $(1-d) : d$



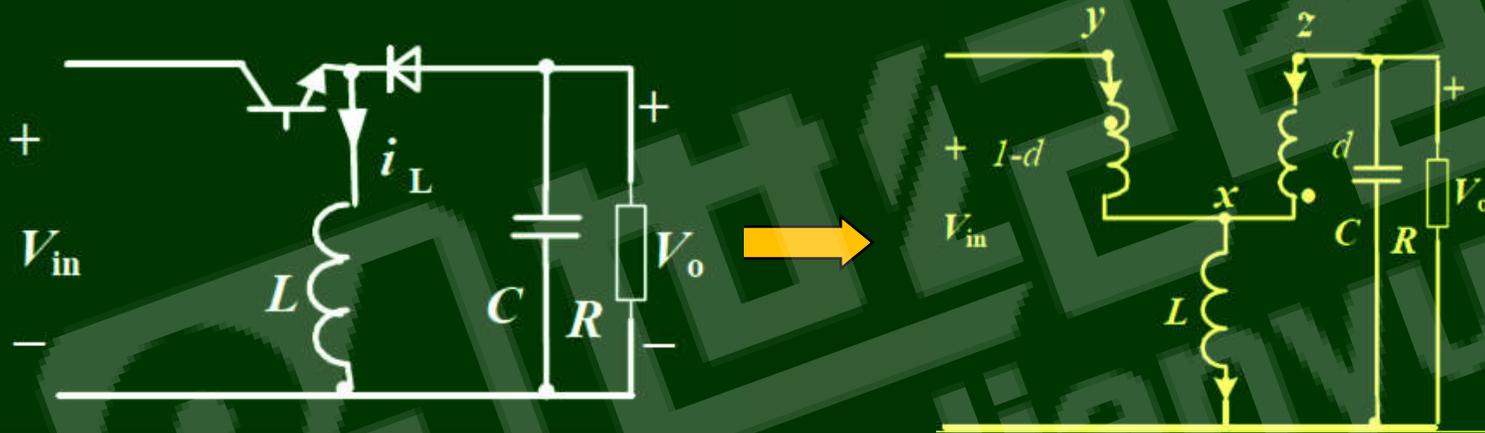
二 开关变换器建模的基本方法

2 电路平均模型

例1: 建立连续工作模式的buck/boost 变换器的等效电路

Q1: 分析其稳态工作特性。

Q2: 若占空比不变, V_{in} 为阶跃信号, V_o 如何变化?



A1: 稳态特性 (静态工作点)

$$d = D \quad V_o = -V_{in} \cdot \frac{D}{1-D} = -V_{in} \frac{D}{D'}$$

$$\bar{i}_C = 0$$

$$\bar{v}_L = 0 \quad I_L = -\frac{V_o}{R} + \frac{-D}{1-D} \cdot \frac{V_o}{R} = -\frac{1}{1-D} \cdot \frac{V_o}{R} = -\frac{V_o}{R \cdot D'}$$

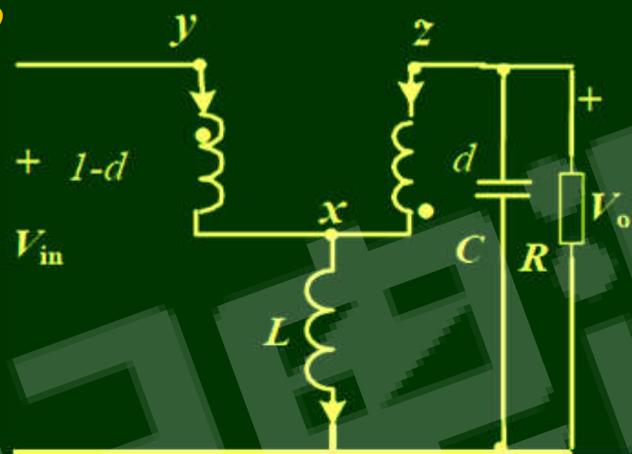
二 开关变换器建模的基本方法

确定的占空比 D 下, 若 V_{in} 增大, V_o ?

A2: 动态特性

$$I_L(s) = -V_o(s) \cdot \frac{1/R + sC}{D'} \quad (1)$$

$$\begin{cases} V_{in}(s) - I_L(s) \cdot sL = \frac{D'}{D} V_o(s) \\ I_L(s) \cdot sL - V_o(s) = \frac{D'}{D} V_o(s) \end{cases} \quad (2)$$



传递函数

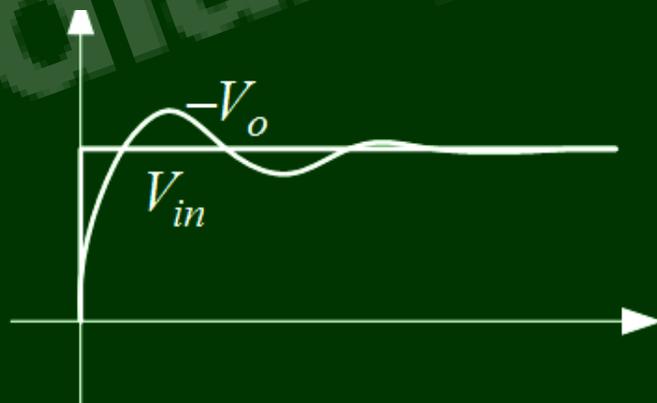
$$\frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} = -\frac{D \cdot D'}{s^2 LC + s \frac{L}{R} + (D')^2}$$

由 (2) 式得:

$$V_{in}(s) = \frac{1}{D} I_L(s) \cdot sL - \frac{D'}{D} V_o(s)$$

代入 (1) 式:

$$\begin{aligned} V_{in}(s) &= \left[-sL \cdot \frac{1/R + sC}{D \cdot D'} - \frac{D'}{D} \right] V_o(s) \\ &= -\frac{sL \cdot (1/R + sC) + (D')^2}{D \cdot D'} V_o(s) \end{aligned}$$



二 开关变换器建模的基本方法

3 线性化模型

▽ 研究控制稳定性的问题

$$\frac{\Delta V_o(s)}{\Delta d(s)} = ?$$

电路平均模型

$$\frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} = \frac{D \cdot D'}{s^2 LC + s \frac{L}{R} + (D')^2}$$

▽ 电路平均模型是关于D的非线性模型（∵有 D^2 项）

▽ 应用线性系统分析理论，需要对模型进行线性化

线性化： 在确定的工作点附近 (U_{in}, U_o, D)

小扰动

$$u_o = U_o + \hat{u}_o, \quad d = D + \hat{d}$$

电路的线性化： 1、所有的电源用其增量表示

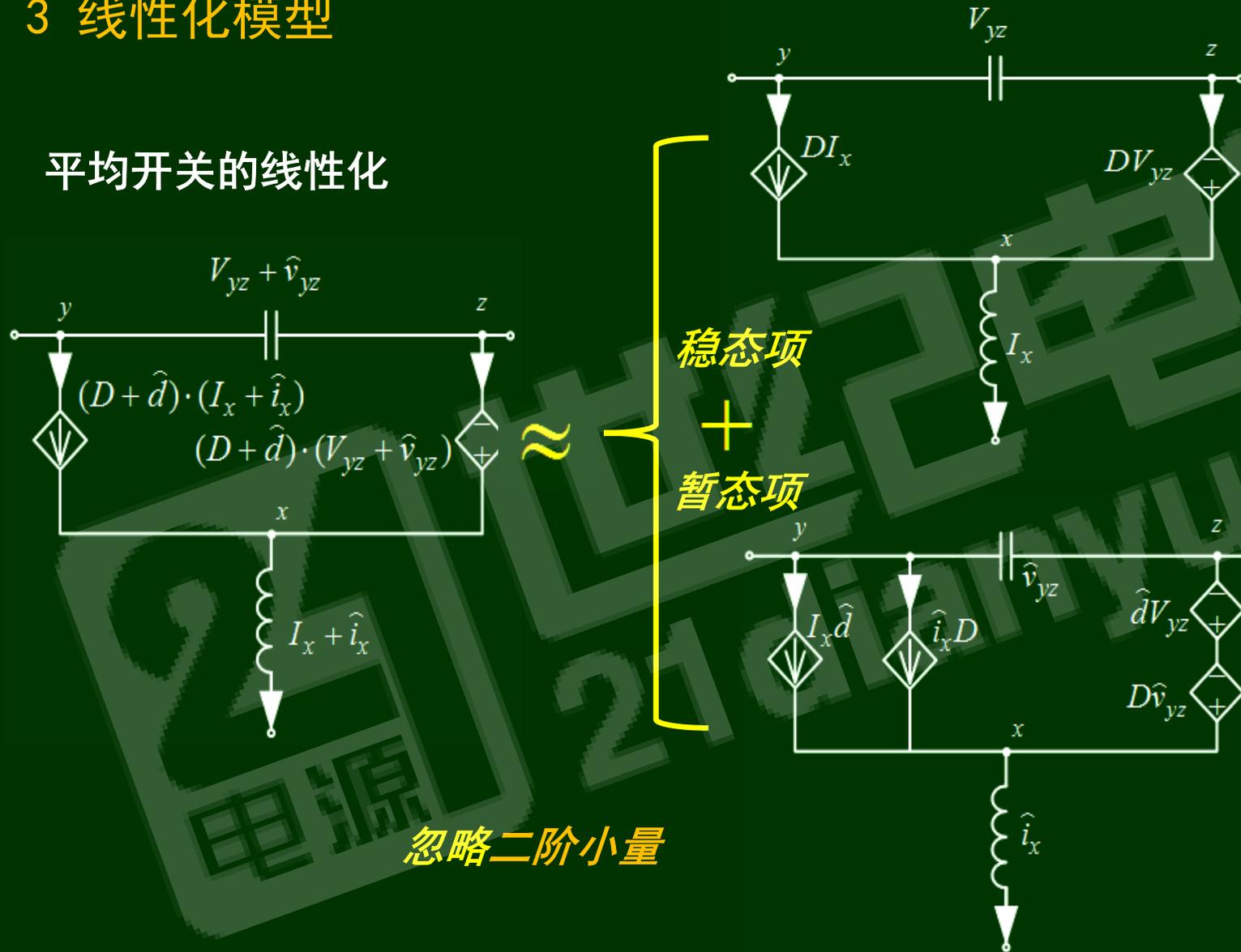
2、线性元件不变

3、非线性元件线性化处理

二 开关变换器建模的基本方法

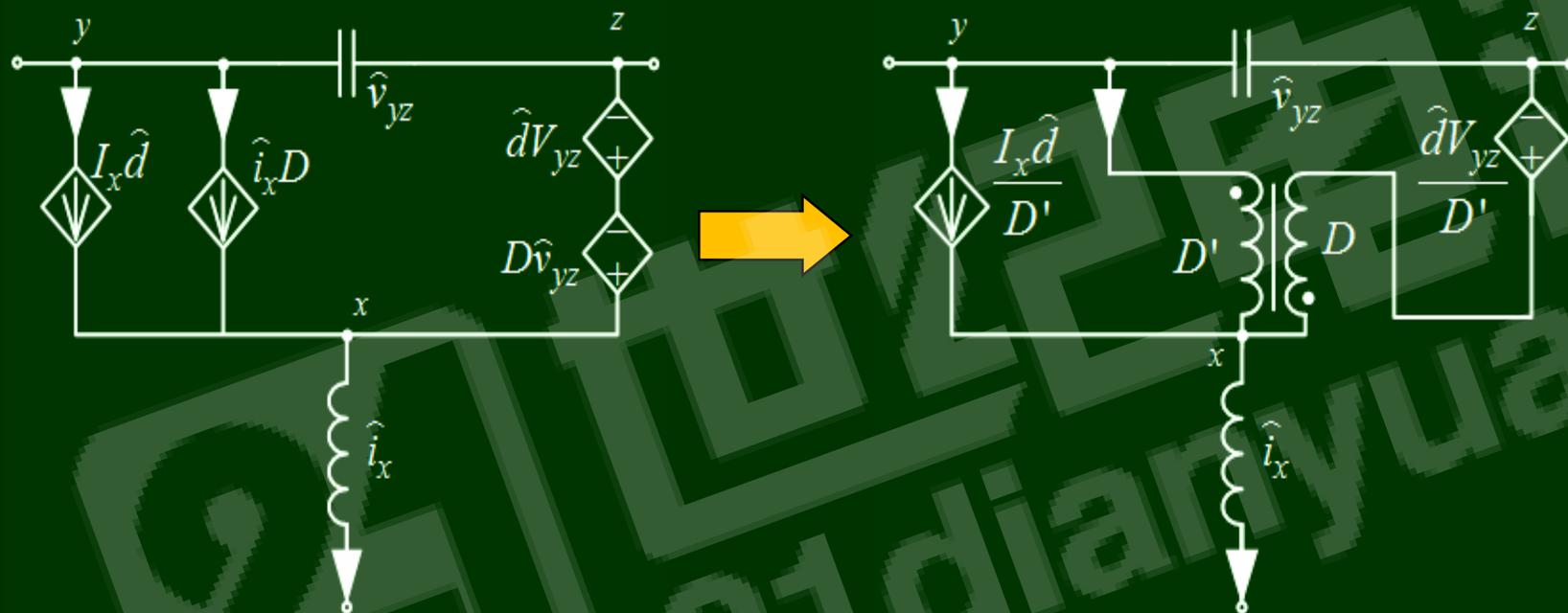
3 线性化模型

平均开关的线性化



二 开关变换器建模的基本方法

3 线性化模型



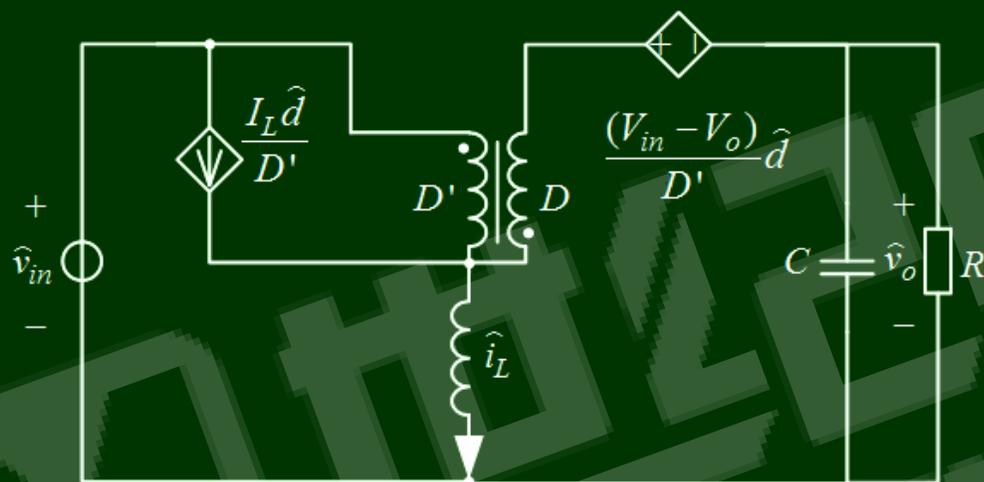
暂态项

小信号模型

二 开关变换器建模的基本方法

3 线性化模型

例2：建立连续工作模式的buck/boost 变换器的小信号模型



研究控制对输出的影响

$$\hat{u}_{in} = 0$$

$$\frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{I_L}{C} \cdot \frac{s - V_{in} / (L \cdot I_L)}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{(D')^2}{LC}} = g(s)$$

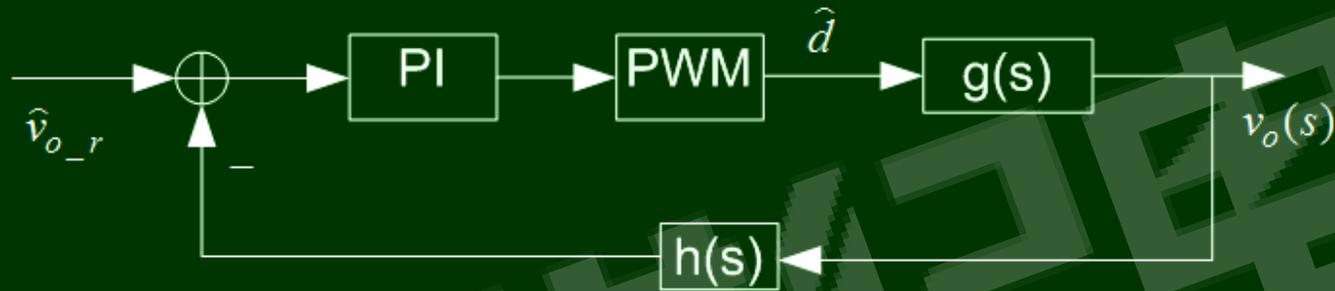
一个右半平面零点

二个左半平面极点

二 开关变换器建模的基本方法

3 线性化模型

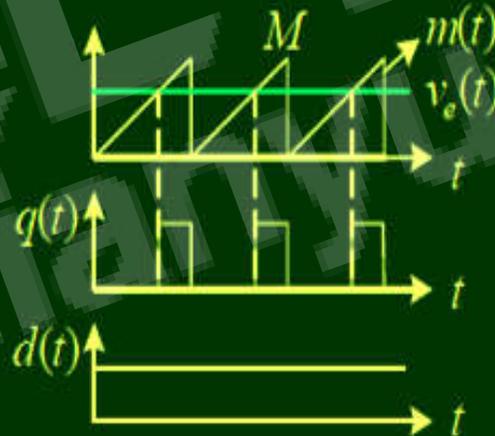
例3：采用电压型控制的buck/boost 变换器稳定性分析



PWM环节放大倍数：

$$d(t) = 1 - \frac{v_e(t)}{M}$$

$$\frac{dd}{dv_e} = -\frac{1}{M}$$



得到完整的系统模型后，就可以根据经典控制理论，结合稳定性和动态响应特性要求确定调节器（PI或其它类型）的参数

二 开关变换器建模的基本方法

4 状态空间模型

电路平均模型使用时存在一定的制约：

- ▽ 电路中的所有时间常数要远小于开关频率，**谐振变换器？**
- ▽ 不适用于数字控制器设计

基于电路的状态变量，建立电路状态方程（状态空间）模型

电路的状态空间模型

状态空间平均模型

离散时域（采样）模型

一般性状态空间模型

二 开关变换器建模的基本方法

4.1 状态空间平均模型

① 建立平均变量状态方程和输出方程

一般而言，对于具有 p 个输入、 q 个输出的线性系统，其状态方程和输出方程为：

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad y(t) = Cx(t) + Eu(t)$$

$x(t)$ 为状态向量，一般包含电感电流和电容电压； $u(t)$ 为输入向量，一般为变换器的输入电压 $v_{in}(t)$ ； $y(t)$ 为输出向量； A 、 B 、 C 、 E 为系数矩阵，与系统的电路结构相对应。

二 开关变换器建模的基本方法

状态方程： 电流连续（CCM）模式下，变换器的工作状态有两种

$$[0-dT_s]: \begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ y(t) = C_1 x(t) + E_1 u(t) \end{cases} \quad [dT_s-T_s]: \begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = A_2 x(t) + B_2 u(t) \\ y(t) = C_2 x(t) + E_2 u(t) \end{cases}$$

状态平均：

$$\begin{aligned} \overline{\frac{dx(t)}{dt}} &= \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} \frac{dx(\tau)}{d\tau} d\tau = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+dT_s} \frac{dx(\tau)}{d\tau} d\tau + \frac{1}{T_s} \int_{t+dT_s}^{t+T_s} \frac{dx(\tau)}{d\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{T_s} \int_t^{t+dT_s} [A_1 x(\tau) + B_1 u(\tau)] d\tau + \frac{1}{T_s} \int_{t+dT_s}^{t+T_s} [A_2 x(\tau) + B_2 u(\tau)] d\tau \\ &= \frac{1}{T_s} \int_t^{t+dT_s} [A_1 \overline{x(\tau)} + B_1 \overline{u(\tau)}] d\tau + \frac{1}{T_s} \int_{t+dT_s}^{t+T_s} [A_2 \overline{x(\tau)} + B_2 \overline{u(\tau)}] d\tau \\ &= \frac{1}{T_s} [A_1 \overline{x(t)} + B_1 \overline{u(t)}] d(t) T_s + \frac{1}{T_s} [A_2 \overline{x(t)} + B_2 \overline{u(t)}] [1-d(t)] T_s \\ &= [d(t)A_1 + d'(t)A_2] \overline{x(t)} + [d(t)B_1 + d'(t)B_2] \overline{u(t)} \end{aligned}$$

二 开关变换器建模的基本方法

4.1 状态空间平均模型

①建立平均变量状态方程和输出方程

$$\frac{d\overline{\mathbf{x}}(t)}{dt} = [d(t)A_1 + d'(t)A_2]\overline{\mathbf{x}}(t) + [d(t)B_1 + d'(t)B_2]\overline{\mathbf{u}}(t)$$

$$\overline{\mathbf{y}}(t) = [d(t)C_1 + d'(t)C_2]\overline{\mathbf{x}}(t) + [d(t)E_1 + d'(t)E_2]\overline{\mathbf{u}}(t)$$

②分离扰动

- 平均变量可以分解为直流分量与低频交流小信号分量之和

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\mathbf{x}}(t) = \widetilde{\mathbf{x}}(t) + X \\ \overline{\mathbf{y}}(t) = \widetilde{\mathbf{y}}(t) + Y \\ \overline{\mathbf{u}}(t) = \widetilde{\mathbf{u}}(t) + U \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} d(t) = \widetilde{d}(t) + D \\ d'(t) = \widetilde{d}'(t) + D' \end{array} \right.$$

二 开关变换器建模的基本方法

分离扰动后的状态方程：

$$\begin{aligned} \frac{d\widetilde{x}(t)}{dt} + \frac{dX}{dt} &= [DA_1 + D'A_2]X + [DB_1 + D'B_2]U \\ &+ [DA_1 + D'A_2]\widetilde{x}(t) + [DB_1 + D'B_2]\widetilde{u}(t) \\ &+ [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\widetilde{d}(t) \\ &+ (A_1 - A_2)\widetilde{x}(t)\widetilde{d}(t) + (B_1 - B_2)\widetilde{u}(t)\widetilde{d}(t) \end{aligned}$$

分离扰动后的输出方程：

$$\begin{aligned} \widetilde{y}(t) + Y &= [DC_1 + D'C_2]X + [DE_1 + D'E_2]U \\ &+ [DC_1 + D'C_2]\widetilde{x}(t) + [DE_1 + D'E_2]\widetilde{u}(t) \\ &+ [(C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U]\widetilde{d}(t) \\ &+ (C_1 - C_2)\widetilde{x}(t)\widetilde{d}(t) + (E_1 - E_2)\widetilde{u}(t)\widetilde{d}(t) \end{aligned}$$

二 开关变换器建模的基本方法

静态工作点: $\frac{dX}{dt} = [DA_1 + D'A_2]X + [DB_1 + D'B_2]U = 0$



$$X = -[DA_1 + D'A_2]^{-1}[DB_1 + D'B_2]U$$

$$Y = [DC_1 + D'C_2]X + [DE_1 + D'E_2]U$$

小信号状态方程和输出方程:

$$\frac{d\widetilde{x}(t)}{dt} = [DA_1 + D'A_2]\widetilde{x}(t) + [DB_1 + D'B_2]\widetilde{u}(t)$$

$$+ [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\widetilde{d}(t)$$

$$+ (A_1 - A_2)\widetilde{x}(t)\widetilde{d}(t) + (B_1 - B_2)\widetilde{u}(t)\widetilde{d}(t)$$

$$\widetilde{y}(t) = [DC_1 + D'C_2]\widetilde{x}(t) + [DE_1 + D'E_2]\widetilde{u}(t)$$

$$+ [(C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U]\widetilde{d}(t)$$

$$+ (C_1 - C_2)\widetilde{x}(t)\widetilde{d}(t) + (E_1 - E_2)\widetilde{u}(t)\widetilde{d}(t)$$

二 开关变换器建模的基本方法

4.1 状态空间平均模型

①建立平均变量状态方程和输出方程

②分离扰动

③线性化

- 当满足小信号假设时，二阶小项可以忽略

$$\frac{d\widetilde{x}(t)}{dt} = [DA_1 + D'A_2]\widetilde{x}(t) + [DB_1 + D'B_2]\widetilde{u}(t) \\ + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\widetilde{d}(t)$$

$$\widetilde{y}(t) = [DC_1 + D'C_2]\widetilde{x}(t) + [DE_1 + D'E_2]\widetilde{u}(t) \\ + [(C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U]\widetilde{d}(t)$$

二 开关变换器建模的基本方法

4.1 状态空间平均模型

小信号模型

$$\frac{d\widetilde{\mathbf{x}}(t)}{dt} = [DA_1 + D'A_2]\widetilde{\mathbf{x}}(t) + [DB_1 + D'B_2]\widetilde{\mathbf{u}}(t) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\widetilde{d}(t)$$

设各状态变量的初值为零，作拉普拉斯变换，得：

$$s\widetilde{\mathbf{x}}(s) = [DA_1 + D'A_2]\widetilde{\mathbf{x}}(s) + [DB_1 + D'B_2]\widetilde{\mathbf{u}}(s) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\widetilde{d}(s)$$



$$\widetilde{\mathbf{x}}(s) = [s\mathbf{I} - (DA_1 + D'A_2)]^{-1}[DB_1 + D'B_2]\widetilde{\mathbf{u}}(s) + [s\mathbf{I} - (DA_1 + D'A_2)]^{-1}[(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\widetilde{d}(s)$$

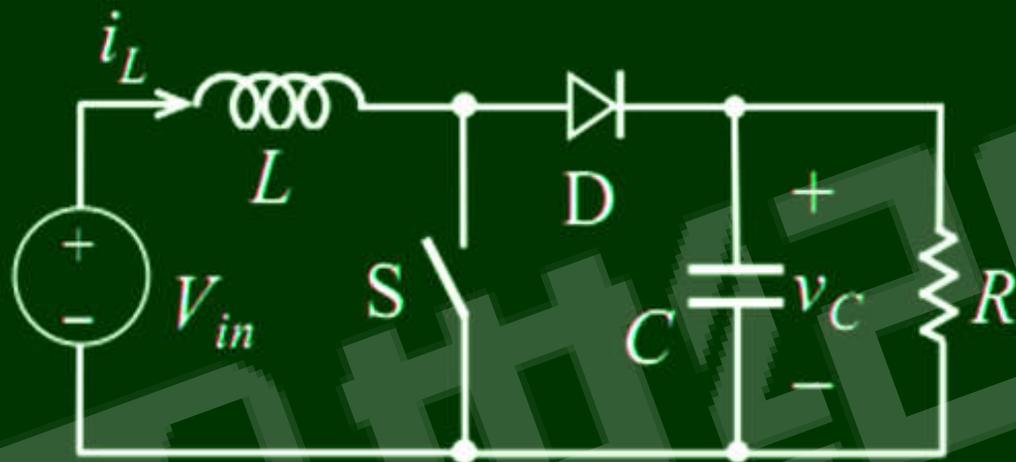
传递函数

$$G_{xu} = \left. \frac{\widetilde{\mathbf{x}}(s)}{\widetilde{\mathbf{u}}(s)} \right|_{\widetilde{d}(s)=0} = [s\mathbf{I} - (DA_1 + D'A_2)]^{-1}[DB_1 + D'B_2]$$

$$G_{xd} = \left. \frac{\widetilde{\mathbf{x}}(s)}{\widetilde{d}(s)} \right|_{\widetilde{\mathbf{u}}(s)=0} = [s\mathbf{I} - (DA_1 + D'A_2)]^{-1}[(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]$$

二 开关变换器建模的基本方法

例4: 用状态空间平均法求Boost变换器的传递函数 $G_{vd}(s)$



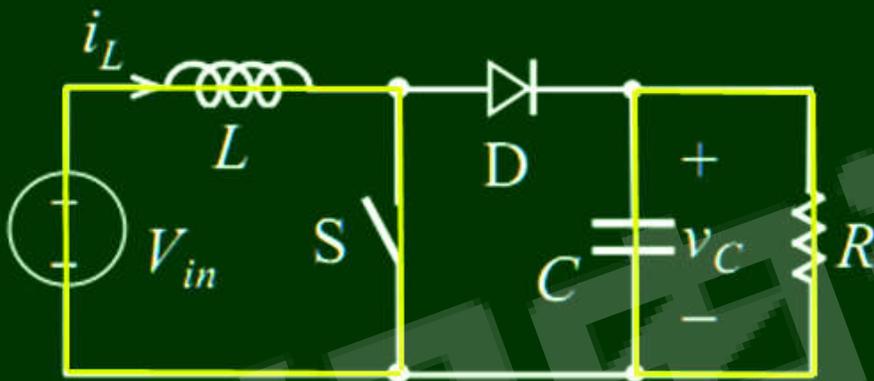
$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} i_{in}(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}(t) = [v_{in}(t)]$$

二 开关变换器建模的基本方法

[0- dT_s]:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{1}{L} v_{in}(t)$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{1}{RC} v_C(t)$$



$$\begin{bmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}(t)]$$

$$i_{in}(t) = i_L(t)$$

$$v_o(t) = v_C(t)$$

$$\begin{bmatrix} i_{in}(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}(t)]$$

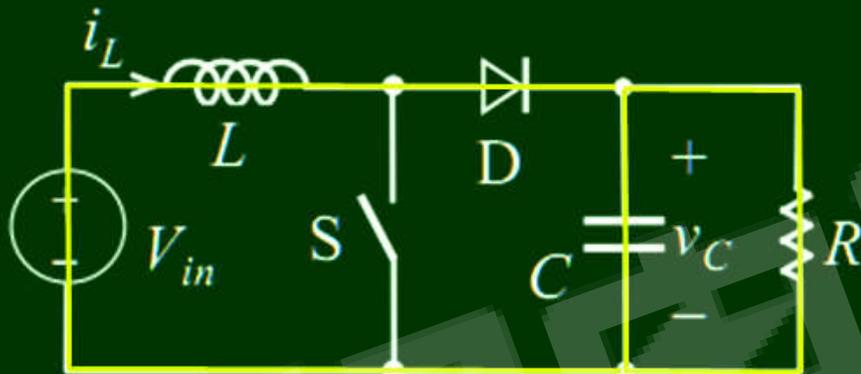
$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad E_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

二 开关变换器建模的基本方法

$[dT_s - T_s]$:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{1}{L}v_{in}(t) - \frac{1}{L}v_C(t)$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{1}{C}i_L(t) - \frac{1}{RC}v_C(t)$$



$$\begin{bmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}(t)]$$

$$i_{in}(t) = i_L(t)$$

$$v_o(t) = v_C(t)$$

$$\begin{bmatrix} i_{in}(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} [v_{in}(t)]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

二 开关变换器建模的基本方法

静态工作点:

$$X = -[DA_1 + D'A_2]^{-1}[DB_1 + D'B_2]U = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{RD'^2} \\ \frac{V_{in}}{D'} \end{bmatrix}$$

传递函数矩阵:

$$G_{xd} = \left. \frac{\widetilde{x}(s)}{\widetilde{d}(s)} \right|_{\widetilde{u}(s)=0} = [sI - (DA_1 + D'A_2)]^{-1}[(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U] = \begin{bmatrix} s & \frac{D'}{L} \\ -\frac{D'}{C} & s + \frac{1}{RC} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{RD'^2} \\ \frac{V_{in}}{D'} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{sRC + 1}{s^2RC + s + \frac{RD'^2}{L}} & \frac{-\frac{RCD'}{L}}{s^2RC + s + \frac{RD'^2}{L}} \\ \frac{RD'}{s^2RC + s + \frac{RD'^2}{L}} & \frac{sRC}{s^2RC + s + \frac{RD'^2}{L}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{RD'^2} \\ \frac{V_{in}}{D'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}(sRC + 2)}{(s^2RLC + sL + RD'^2)D'} \\ \frac{V_{in}(R - \frac{sL}{D'^2})}{s^2RLC + sL + RD'^2} \end{bmatrix}$$

二 开关变换器建模的基本方法

$$G_{xd} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\widetilde{i_L(s)}}{\widetilde{d(s)}} \right|_{\widetilde{u(s)}=0} \\ \left. \frac{\widetilde{v_C(s)}}{\widetilde{d(s)}} \right|_{\widetilde{u(s)}=0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{in}(sRC + 2)}{(s^2RLC + sL + RD'^2)D'} \\ \frac{V_{in}(R - \frac{sL}{D'^2})}{s^2RLC + sL + RD'^2} \end{bmatrix}$$

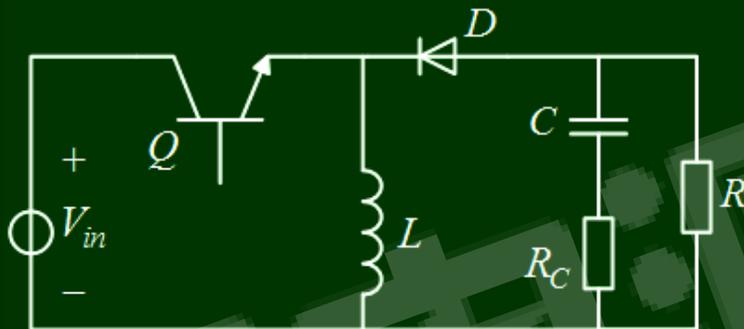
输出-控制传递函数：

$$G_{vd}(s) = \left. \frac{\widetilde{v_o(s)}}{\widetilde{d(s)}} \right|_{\widetilde{u(s)}=0} = \frac{V_{in}(R - \frac{sL}{D'^2})}{s^2RLC + sL + RD'^2} = \frac{V_{in}(1 - s\frac{I_{in}L}{V_{in}})}{s^2LC + s\frac{L}{R} + D'^2}$$

二 开关变换器建模的基本方法

4.1 状态空间平均模型

例5: buck/boost 变换器



$q(t) = 0$ 时

$$v_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = \frac{R}{R + R_C} [-R_C i_L(t) + v_C(t)]$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt} = \frac{-1}{R + R_C} [R i_L(t) + v_C(t)]$$

$q(t) = 1$ 时

$$v_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = v_{in}(t)$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt} = \frac{-1}{R + R_C} v_C(t)$$

状态方程:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{R}{L(R + R_C)} [-R_C q'(t) i_L(t) + q'(t) v_C(t)] + \frac{1}{L} q(t) v_{in}(t)$$

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{-1}{C(R + R_C)} [R q'(t) i_L(t) + v_C(t)]$$

$$q' = 1 - q$$

二 开关变换器建模的基本方法

状态空间平均模型

在满足开关周期远小于电路最小时间常数条件下，可以对状态空间进行模型平均：

$$\frac{d\bar{i}_L(t)}{dt} = \frac{R}{L(R+R_C)}[-R_C \overline{q'(t)i_L(t)} + \overline{q'(t)v_C(t)}] + \frac{1}{L} \overline{q(t)v_{in}(t)}$$

$$\frac{d\bar{u}_C(t)}{dt} = \frac{-1}{C(R+R_C)}[\overline{Rq'(t)i_L(t)} + \overline{v_C(t)}]$$

在一个开关周期中： i_L 、 v_C 、 v_{in} 基本不变

$$\frac{d\bar{i}_L(t)}{dt} = \frac{R}{L(R+R_C)}[-R_C \overline{d'(t)i_L(t)} + \overline{d'(t)v_C(t)}] + \frac{1}{L} \overline{d(t)v_{in}(t)}$$

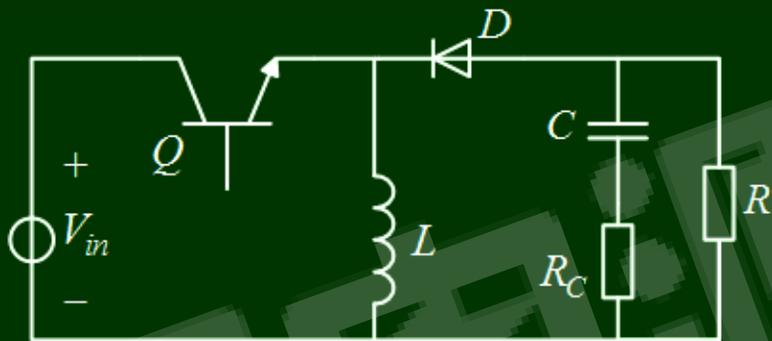
$$\frac{d\bar{u}_C(t)}{dt} = \frac{-1}{C(R+R_C)}[\overline{Rd'(t)i_L(t)} + \overline{v_C(t)}]$$

二 开关变换器建模的基本方法

4.2 离散时域（采样）模型

用于数字控制器设计

例6: buck/boost 变换器



$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{q'(t)}{L} \\ \frac{-q'(t)}{C} & \frac{-1}{RC} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \frac{q(t)}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_{in}(t)$$

$$\dot{x}(t) = A_{q(t)}x(t) + B_{q(t)}v_{in}(t)$$

$q(t) = 1$ 时 $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1v_{in}(t)$ 采用差分代替微分:

$$\frac{x(kT + d_kT) - x(kT)}{d_kT} = A_1x(kT) + B_1v_{in}(kT)$$

$$x(kT + d_kT) = (I + d_kT \cdot A_1)x(kT) + d_kT \cdot B_1v_{in}(kT)$$

二 开关变换器建模的基本方法

$$q(t) = 0 \text{ 时 } \dot{x}(t) = A_0 x(t) + B_0 v_{in}(t)$$

$$\frac{x(kT + T) - x(kT + d_k T)}{(1 - d_k)T} = A_0 x(kT + d_k T) + B_0 v_{in}(kT)$$

$$x(kT + T) = (I + d_k' T \cdot A_0) x(kT + d_k T) + d_k' T \cdot B_0 v_{in}(kT)$$

为简便, 用 $x(k)$ 代替 $x(kT)$

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (I + d_k' T A_0) [(I + d_k T A_1) x(k) + d_k T B_1 v_{in}(k)] \\ &\quad + d_k' T B_0 v_{in}(k) \\ &= [I + (d_k' A_0 + d_k A_1) T + A_0 A_1 d_k' d_k T^2] x(k) \\ &\quad + d_k T B_1 v_{in}(k) + A_0 B_1 d_k' d_k T^2 v_{in}(k) + d_k' T B_0 v_{in}(k) \\ &\approx [I + (d_k' A_0 + d_k A_1) T] x(k) + [d_k B_1 + d_k' B_0] T v_{in}(k) \end{aligned}$$

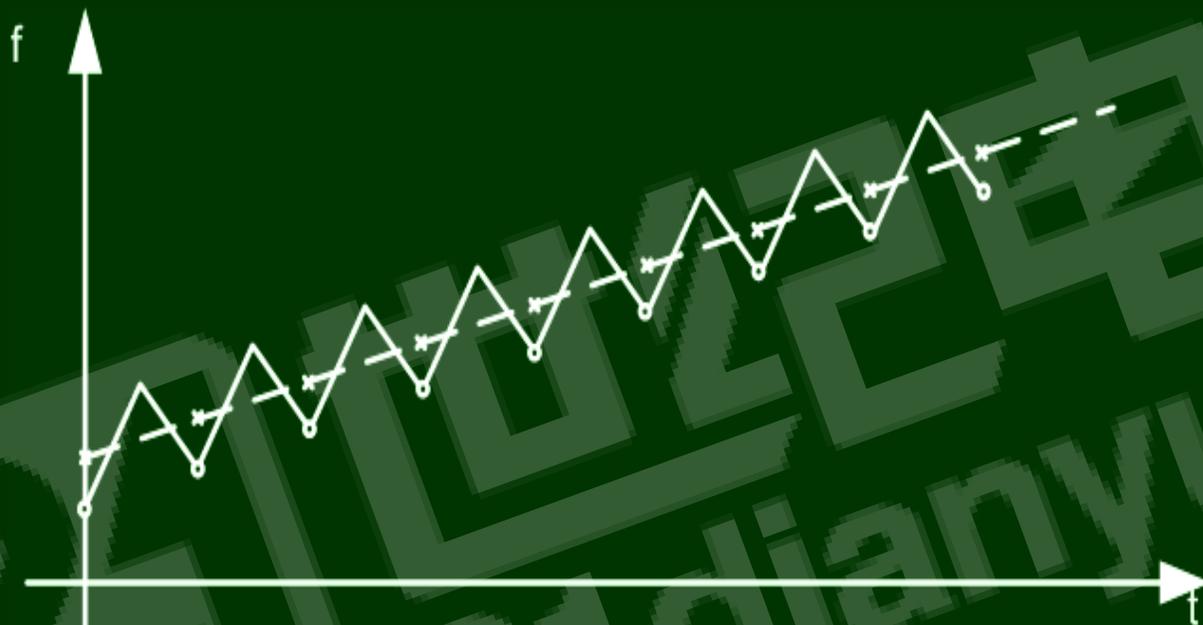
定义 $A_{dk} = d_k' A_0 + d_k A_1 \quad B_{dk} = d_k B_1 + d_k' B_0$

$$\therefore x(k+1) \approx [I + A_{dk} T] x(k) + B_{dk} T v_{in}(k)$$

二 开关变换器建模的基本方法

4 状态空间模型

几种模型分析结果比较



采样模型 (基于平均模型)

采样模型 (基于连续时域)

连续时域模型

平均模型

4 状态空间模型

4.3 一般性状态空间模型

- 1、电路中一些参数不便计算，但会引起电路状态改变，
（如二极管的自然关断），因而要引入辅助变量进行约束
- 2、辅助变量可以是状态变量的显式或隐式表达式。
（如果采用显式比较困难，或本身就是隐式关系，可以引入
状态变量约束方程）
- 3、由约束方程和包含辅助变量的状态方程，可一起构成一般性的
状态空间模型

$$x(k+1) = \Phi[x(k), p(k), w(k), k]$$

$$0 = \sigma[x(k), p(k), w(k), k]$$

$p(k)$: 控制变量

$w(k)$: 辅助变量

二 开关变换器建模的基本方法

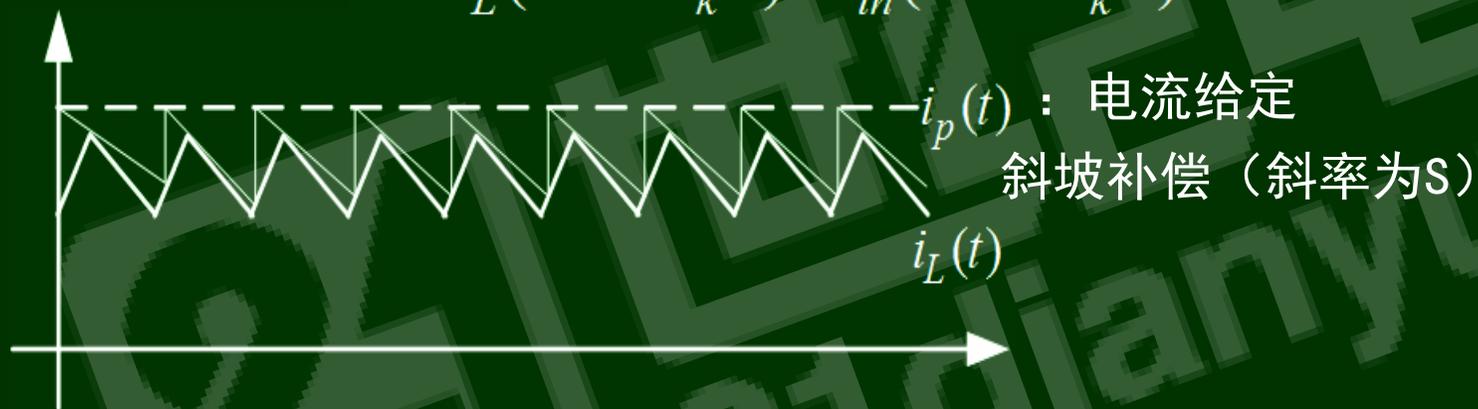
4.3 一般性状态空间模型

例7: 峰值电流控制的buck/boost 变换器

原理: 晶体管在每个采样时刻导通, 但在电感电流达到一个限制值 i_{th} 时关断

分析: 占空比是由状态变量确定的, 是一个间接确定的辅助变量。

$$0 = i_L(kT + d_k T) - i_{th}(kT + d_k T)$$



$$i_{th}(kT + d_k T) = i_p(kT) - S \cdot d_k T$$

$$d_k \text{ 由约束方程 } 0 = i_L(k) + d_k T \cdot \frac{v_{in}(k)}{L} - i_p(kT) + S \cdot d_k T \text{ 确定}$$

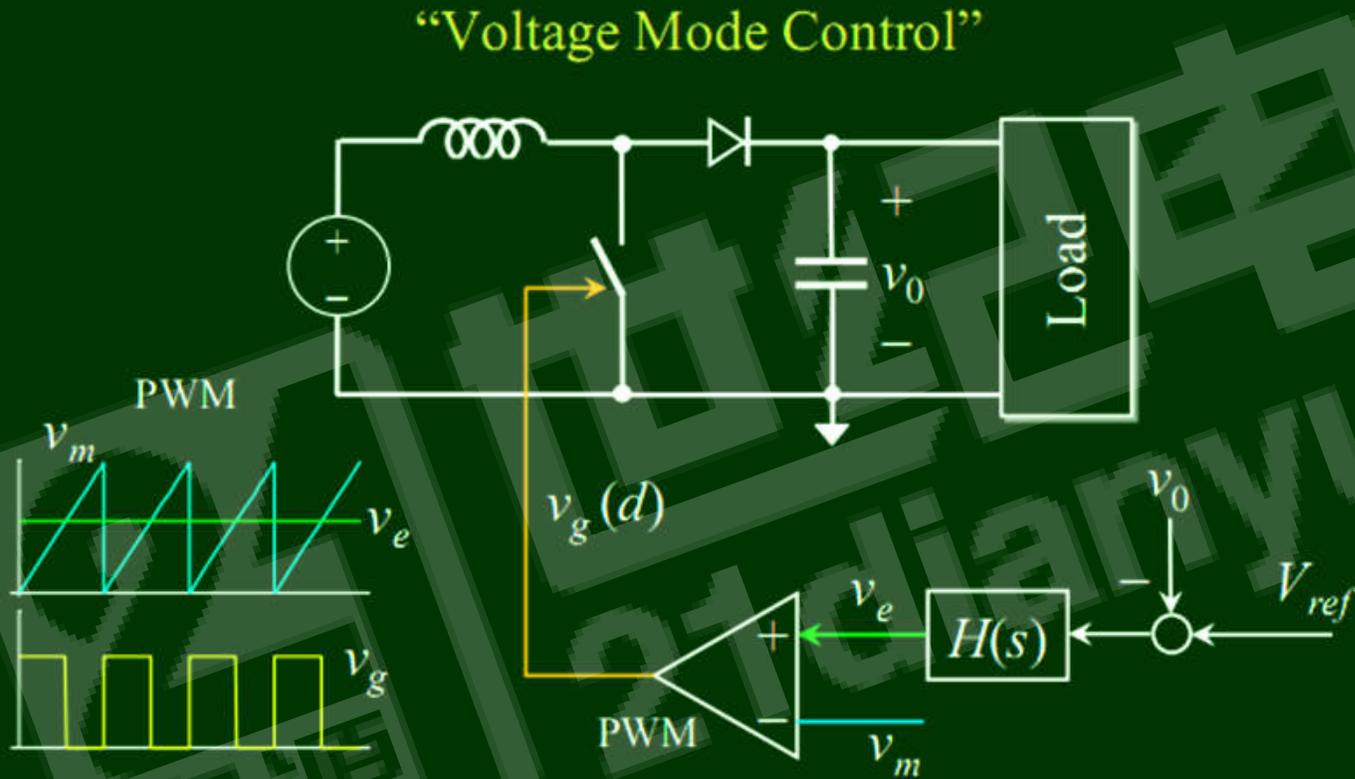
$$\text{其中: } i_L(kT + d_k T) = i_L(k) + d_k T \cdot \frac{v_{in}(k)}{L}$$

开关电源的闭环控制技术基础

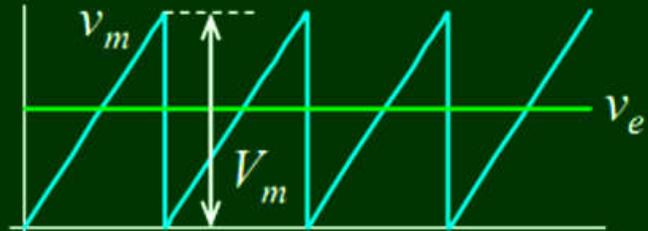
- 一. 开关变换器闭环控制系统的结构
- 二. 开关变换器建模的基本方法
- 三. 闭环控制系统其它部分的建模
- 四. 闭环控制系统的稳定性判据
- 五. 开关变换器的频率特性与系统性能
- 六. 补偿网络的设计与实现

三、闭环控制系统其它部分的建模

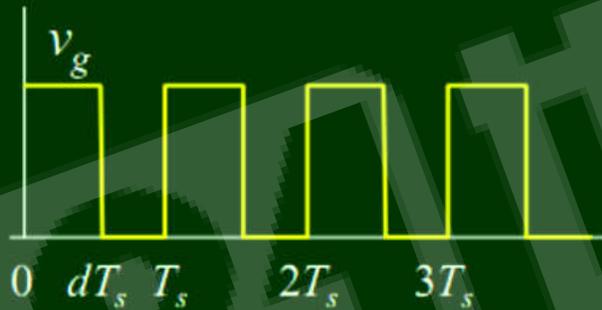
1 脉宽调制器的增益



三、闭环控制系统其它部分的建模



$$\frac{dT_s}{T_s} = \frac{v_e}{V_m} \Rightarrow d = \frac{v_e}{V_m}$$



Modulator Gain: $G_m = \frac{1}{V_m}$

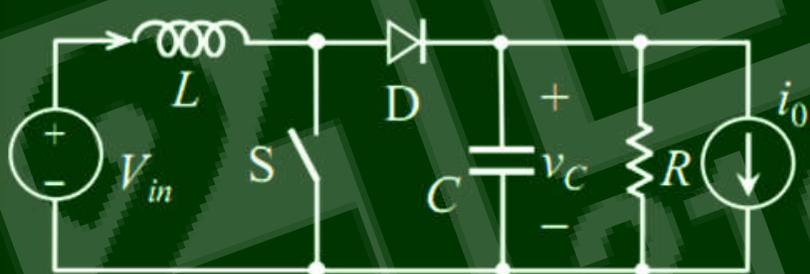
- Assumptions
 - Constant Frequency
 - Trailing Edge Modulation



三、闭环控制系统其它部分的建模

2 负载的建模

- Resistor in Parallel with a Current Source
- Coupling with Actual Load Models
 - Another Converter
 - Additional Filter Elements
- Calculation of Output Impedance



$$L \frac{d\bar{i}_L}{dt} = \bar{v}_{in} - (1-d)\bar{v}_C$$
$$C \frac{d\bar{v}_C}{dt} = (1-d)\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_C}{R} - i_0$$

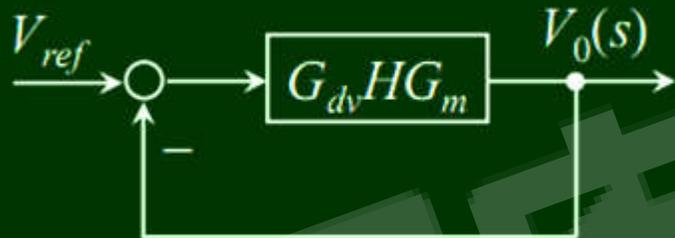
开关电源的闭环控制技术基础

- 一. 开关变换器闭环控制系统的结构
- 二. 开关变换器建模的基本方法
- 三. 闭环控制系统其它部分的建模
- 四. 闭环控制系统的稳定性判据
- 五. 开关变换器的频率特性与系统性能
- 六. 补偿网络的设计与实现

四、闭环控制系统的稳定性判据

系统稳定性的一般判据

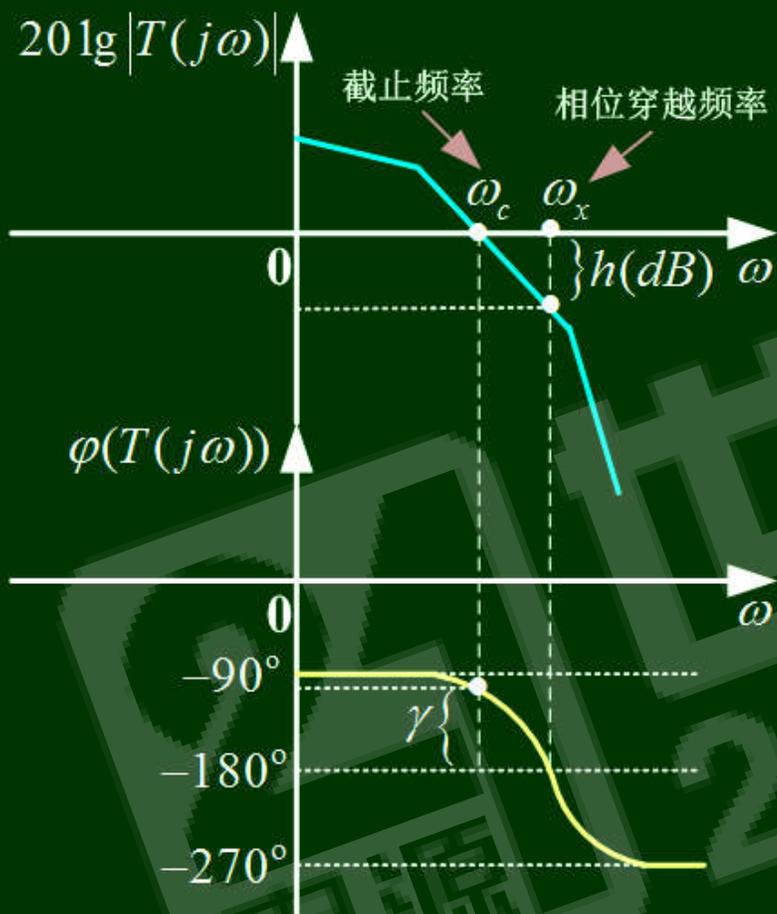
- 闭环传递函数：



$$\begin{aligned} G_{close-loop}(s) &= \frac{\widetilde{v_o(s)}}{\widetilde{v_r(s)}} = \frac{T(s)}{1+T(s)} = \frac{T(s)}{F(s)} \\ &= \frac{G_{dv}(s)H(s)G_m(s)}{1+G_{dv}(s)H(s)G_m(s)} \end{aligned}$$

- 闭环系统稳定的充要条件：**闭环传递函数右半平面无极点。**

四、闭环控制系统的稳定性判据



■ 幅值裕度

$$h(dB) = -20\lg|T(j\omega_x)|$$

■ 相位裕度

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(T(j\omega_c))$$

■ 开关变换器闭环控制系统稳定的充要条件:

$$\gamma > 0 \text{ 且 } h(dB) > 0$$

开关电源的闭环控制技术基础

- 一. 开关变换器闭环控制系统的结构
- 二. 开关变换器建模的基本方法
- 三. 闭环控制系统其它部分的建模
- 四. 闭环控制系统的稳定性判据
- 五. 开关变换器的频率特性与系统性能
- 六. 补偿网络的设计与实现

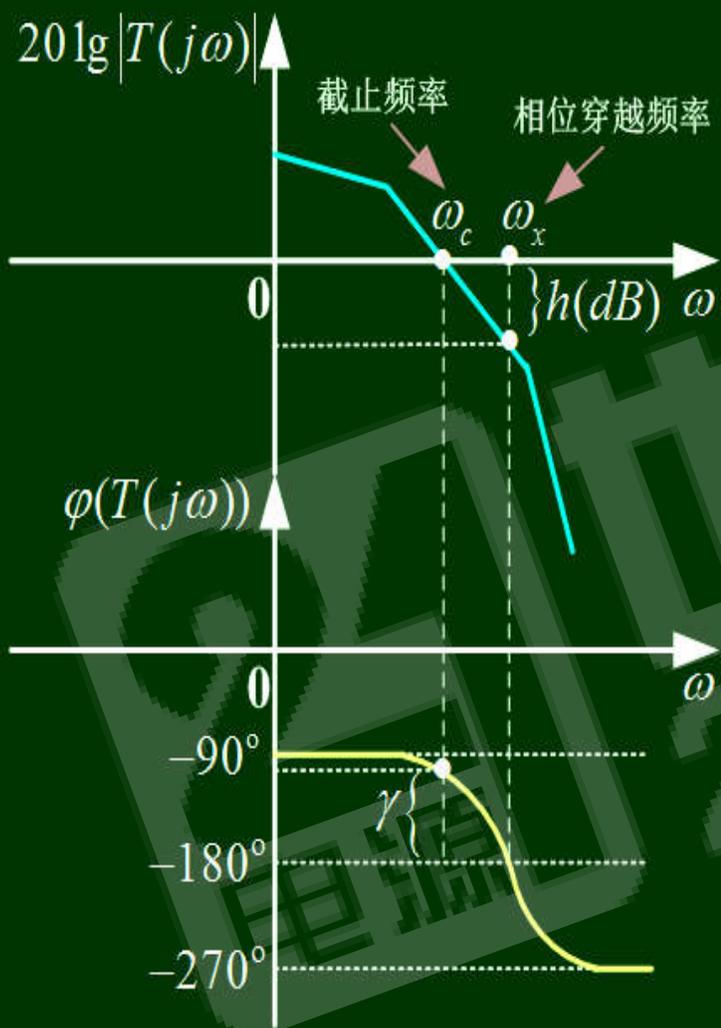
五、开关变换器的频率特性与系统性能

1 频域指标

- Loop Gain
- Crossover Frequency
- Stability and Stability Margin
- Bandwidth, Transient Responses
- Closed-Loop Transfer Functions
 - Input Impedance, Output Impedance, Audio Susceptibility, Load Regulation

五、开关变换器的频率特性与系统性能

2 频域指标与系统性能的关系

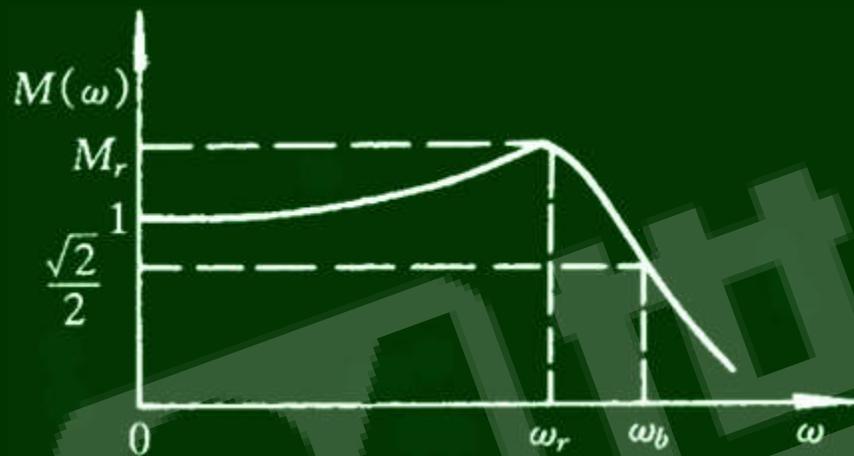


- Loop Gain ■ 增益 K_0
 K_0 越大, 系统误差越小。但是系统稳定裕度减小。
- Crossover Frequency $\omega_c \propto \frac{1}{t_s}$
■ 截止频率 ω_c
 ω_c 越大, 系统调节时间越短, 快速性好, 但是超调会增大; 为了减小超调, ω_c 应该位于 -20 dB/dec 线段。
- Stability and Stability Margin ■ 幅值裕度、相位裕度
幅值裕度越大, 系统越稳定。相位裕度越大, 则系统越稳定, 超调量会越小, 但系统响应太慢, 调节时间长。

五、开关变换器的频率特性与系统性能

2 频域指标与系统性能的关系

- Bandwidth, Transient Responses



- 频带宽度 $(0, \omega_b)$

ω_b 越大，系统快速性越好，跟踪和复现输入端控制信号的能力越强；但是抑制输入端高频干扰的能力越弱。

高频段的增益要小，以抑制高频噪声。

五、开关变换器的频率特性与系统性能

2 频域指标与系统性能的关系

- Audio Susceptibility

- 音频信号衰减率 $A(s)$

$$A(s) = \frac{\widetilde{v_o(s)}}{\widetilde{v_i(s)}}$$

$A(s)$ 越小，表示电源调整率越低，即电网电压扰动（音频信号）对开关变换器输出电压的影响越小。

- Load Regulation

- 输出阻抗 $Z_o(s)$

$$Z_o(s) = \frac{\widetilde{v_o(s)}}{\widetilde{i_o(s)}}$$

$Z_o(s)$ 越小，表示负载调整率越小，即负载变化对开关变换器输出电压的影响越小。

五、开关变换器的频率特性与系统性能

3 频率特性的测定

① 频率特性的测量仪器

频率响应分析仪

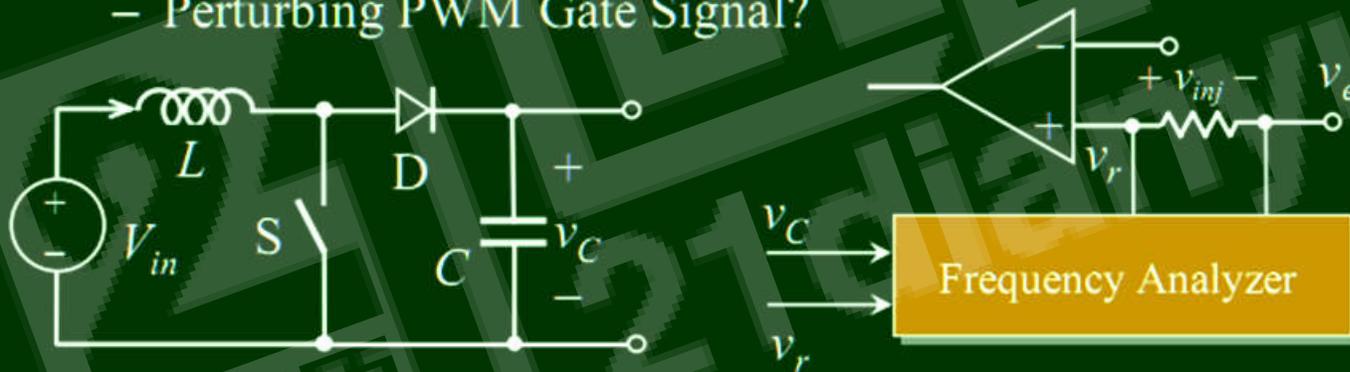
网络分析仪

- Bode Plots, Nyquist Plots
- Experimental Measurement
 - Use Frequency Analyzer
 - Control Characteristics can be Directly Measured

② 脉宽调制器增益的测量

- Measurements Include Modulator Gain

- Perturbing PWM Gate Signal?

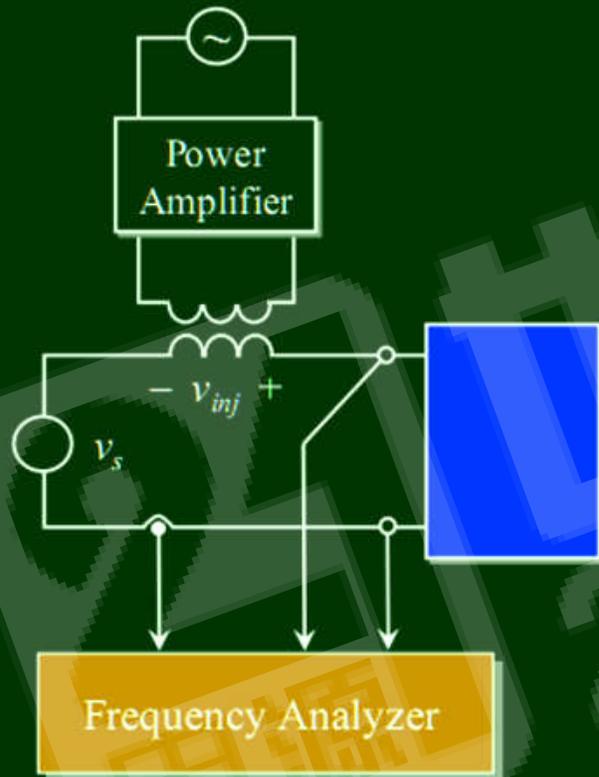


$$G(s) = \frac{\tilde{d}}{\tilde{v}_r} = \frac{\tilde{d}V_{in}}{\tilde{v}_r V_{in}} = \frac{\tilde{v}_C}{\tilde{v}_r V_{in}}$$

五、开关变换器的频率特性与系统性能

3 频率特性的测定

③输入阻抗的测量

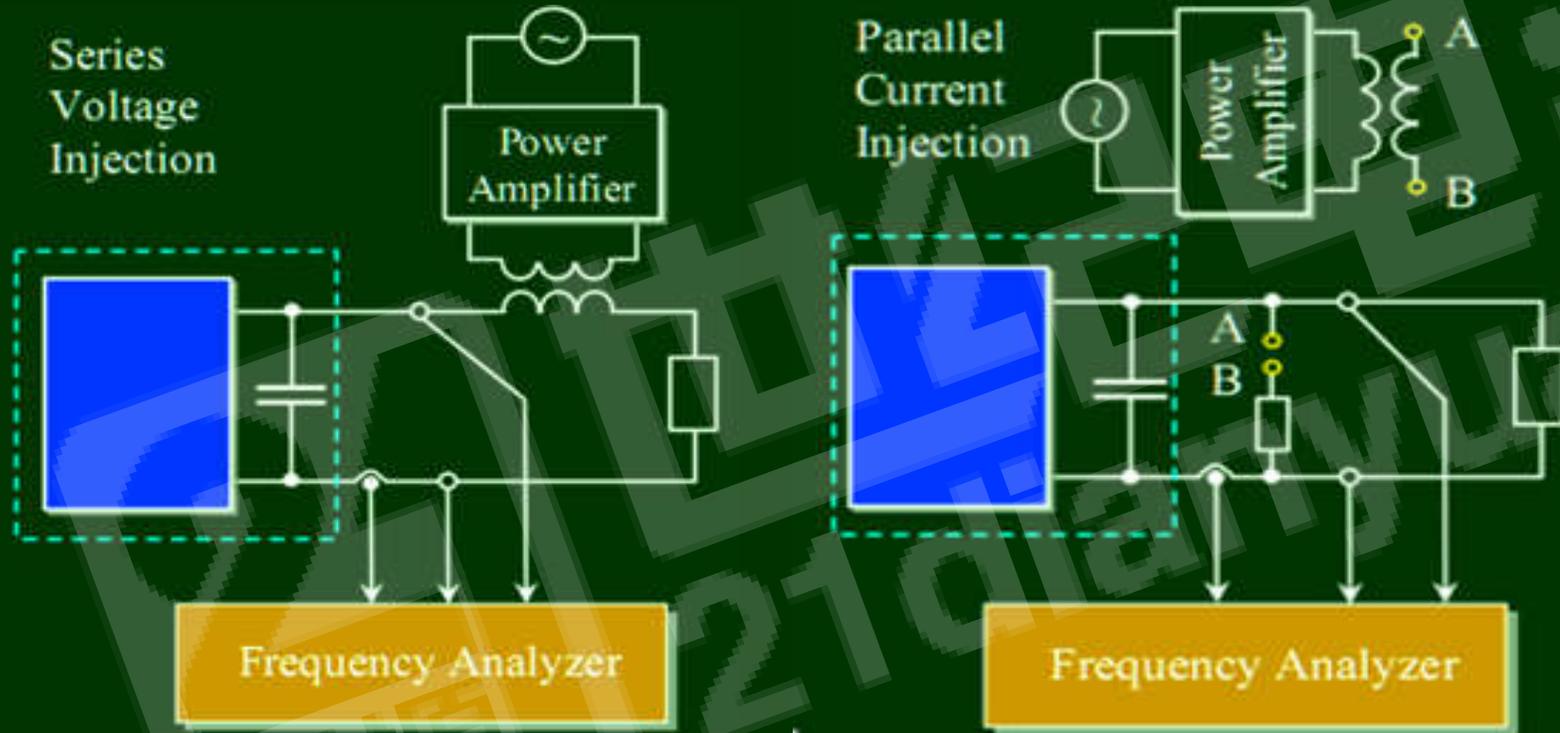


- Power Amplifier
- Injection Transformer
 - Also Provides Isolation
- Frequency Analyzer
 - Also Provides Input to PA
- Practical Considerations
 - Level of Injection
 - PA Ratings
 - Transformer Turns Ratio
 - Current Measurement
 - Voltage Measurement

五、开关变换器的频率特性与系统性能

3 频率特性的测定

④ 输出阻抗的测量



五、开关变换器的频率特性与系统性能

4 开环传递函数右半平面零点

例8: boost 变换器

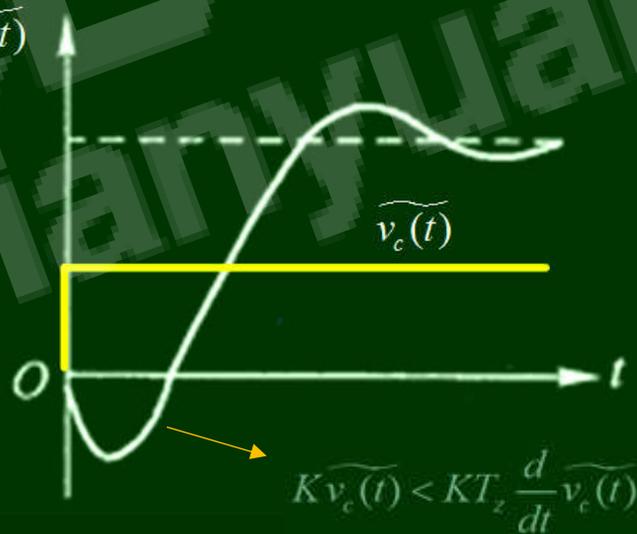
$$\frac{V_o(s)}{D(s)} = \frac{V_{in} \left(1 - \frac{I_L L}{V_{in}} \cdot s \right)}{LCs^2 + \frac{L}{R} \cdot s + (1-D)^2} \quad \omega_z = \frac{V_{in}}{I_L L} \quad \text{RHP Zero}$$

Buck-boost 变换器同样也存在RHP

$$\widetilde{v}_o(s) = \widetilde{v}_c(s) K (1 - T_z s) = K \widetilde{v}_c(s) - K T_z s \widetilde{v}_c(s) \quad \widetilde{v}_o(t)$$

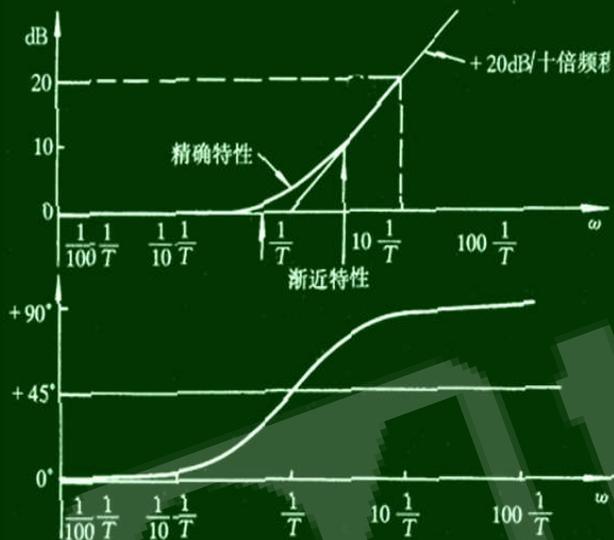
$$\widetilde{v}_o(t) = K \widetilde{v}_c(t) - K T_z \frac{d}{dt} \widetilde{v}_c(t)$$

在初始时刻，阶跃输入信号很小，但变化率很大，则输出为负，随着时间推移，阶跃响应将由负变正。



五、开关变换器的频率特性与系统性能

4 开环传递函数右半平面零点



系统	LHP 零点	RHP 零点	
传递函数	$G_1 = 1 + T_z s$	$G_2 = 1 - T_z s$	
$\omega > \omega_c$ 后的幅频特性变换率	20dB/dec, 上升	20dB/dec, 上升	
相频特性	$\omega = 0$	$\varphi_1 = 0$	$\varphi_2 = 0$
	$0 < \omega < \infty$	$0 < \varphi_1 < 90^\circ$	$-90^\circ < \varphi_2 < 0$
	$\omega = \infty$	$\varphi_1 = 90^\circ$	$\varphi_2 = -90^\circ$

$$G_1 = 1 + T_z s$$

ESR Zero

$$\frac{V_o(s)}{D(s)} = \frac{30864 \cdot (266667 + s)}{1.40466 \times 10^9 + 13292s + s^2}$$

含有RHP零点的系统，相位滞后很严重，系统响应比较慢。

开关电源的闭环控制技术基础

- 一. 开关变换器闭环控制系统的结构
- 二. 开关变换器建模的基本方法
- 三. 闭环控制系统其它部分的建模
- 四. 闭环控制系统的稳定性判据
- 五. 开关变换器的频率特性与系统性能
- 六. 补偿网络的设计与实现

六、补偿网络的设计与实现

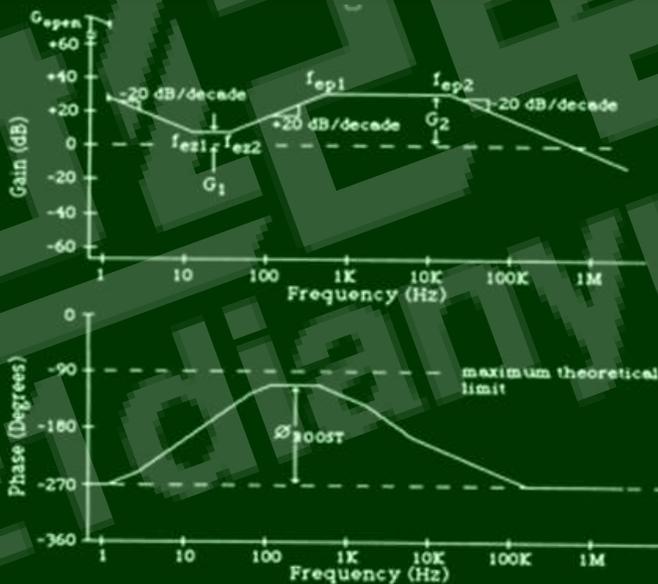
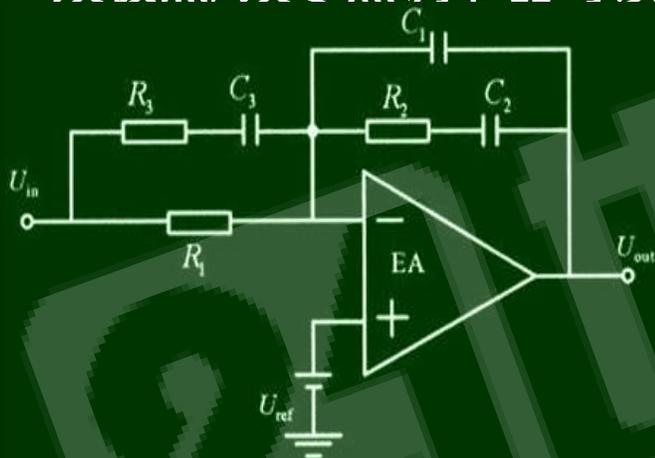
1 闭环控制系统设计的一般步骤

- 确定控制方法：电压型控制或者电流型控制；
- 画出闭环控制系统希望的波特图；
- 画出未补偿时系统开环传递函数的波特图；
- 二者相减，得到补偿网络应有的波特图；
- 根据该波特图，确定补偿网络的结构和参数。

六、补偿网络的设计与实现

2 补偿网络的设计

- 补偿器形式：超前（单零点）、滞后（单极点）、超前/滞后（单零/单极点）、双零/双极点...
- 通常需设置积分器，以提高低频段增益，消除稳态误差
- 双极点/双零点调节器可以很好地兼顾低频及高频段的补偿



$$G_c(s) = \frac{K_1(T_{z1}s + 1)(T_{z2}s + 1)}{s(T_{p1}s + 1)(T_{p2}s + 1)}$$

$$K_1 = 1/R_1(C_1 + C_2)$$

$$T_{z1} = R_2C_2; T_{z2} = C_3/(R_1 + R_3) \quad T_{p1} = R_3C_3; T_{p2} = C_1C_3R_2/(C_1 + C_2)$$

六、补偿网络的设计与实现

2 补偿网络的设计

- 设置高频极点P1，使得高频段增益下降，抑制高频噪声

通常 $f_{p1} = \frac{1}{2} f_s$

- 设置极点P2，抵消开关变换器的ESR零点

- 置零点位于谐振频率附近，以抵消未补偿开环传递函数的两个极点

- 确定增益，注意截止频率的限制，确保系统稳定性。

通常 $f_s/10 \sim f_s/5$

六、补偿网络的设计与实现

例9：同步整流buck 变换器

$$V_{in} = 6 \text{ V}, L = 0.6 \mu\text{H}, C = 1.2 \text{ mF}, r_c = 3.125 \text{ m}\Omega, R = 0.25, f_s = 400 \text{ kHz}$$

$$\frac{V_o(s)}{D(s)} = \frac{30864 \cdot (266667 + s)}{1.40466 \times 10^9 + 13292s + s^2}$$

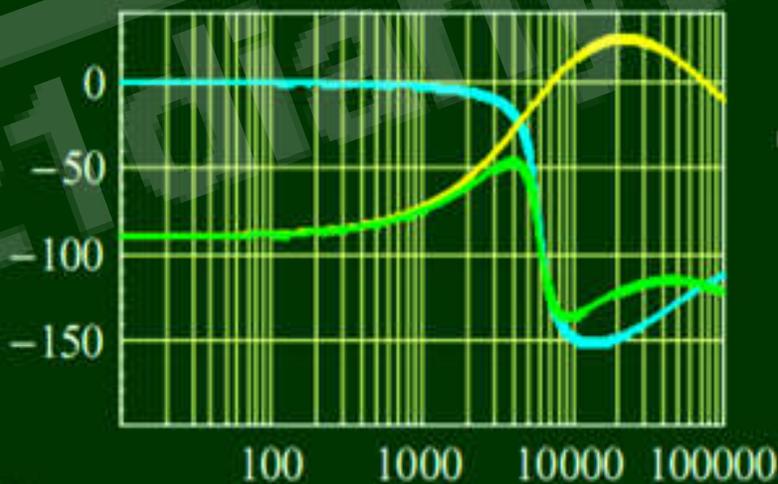
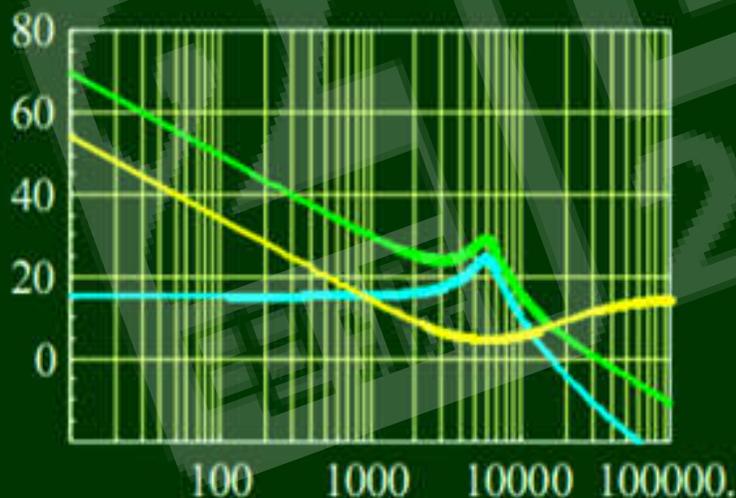
ESR Zero

Roots: $s_{1,2} = -6646 \pm j36885$

$$T_{p1} = 1/2\pi f_{p1} = 1/40000\pi$$

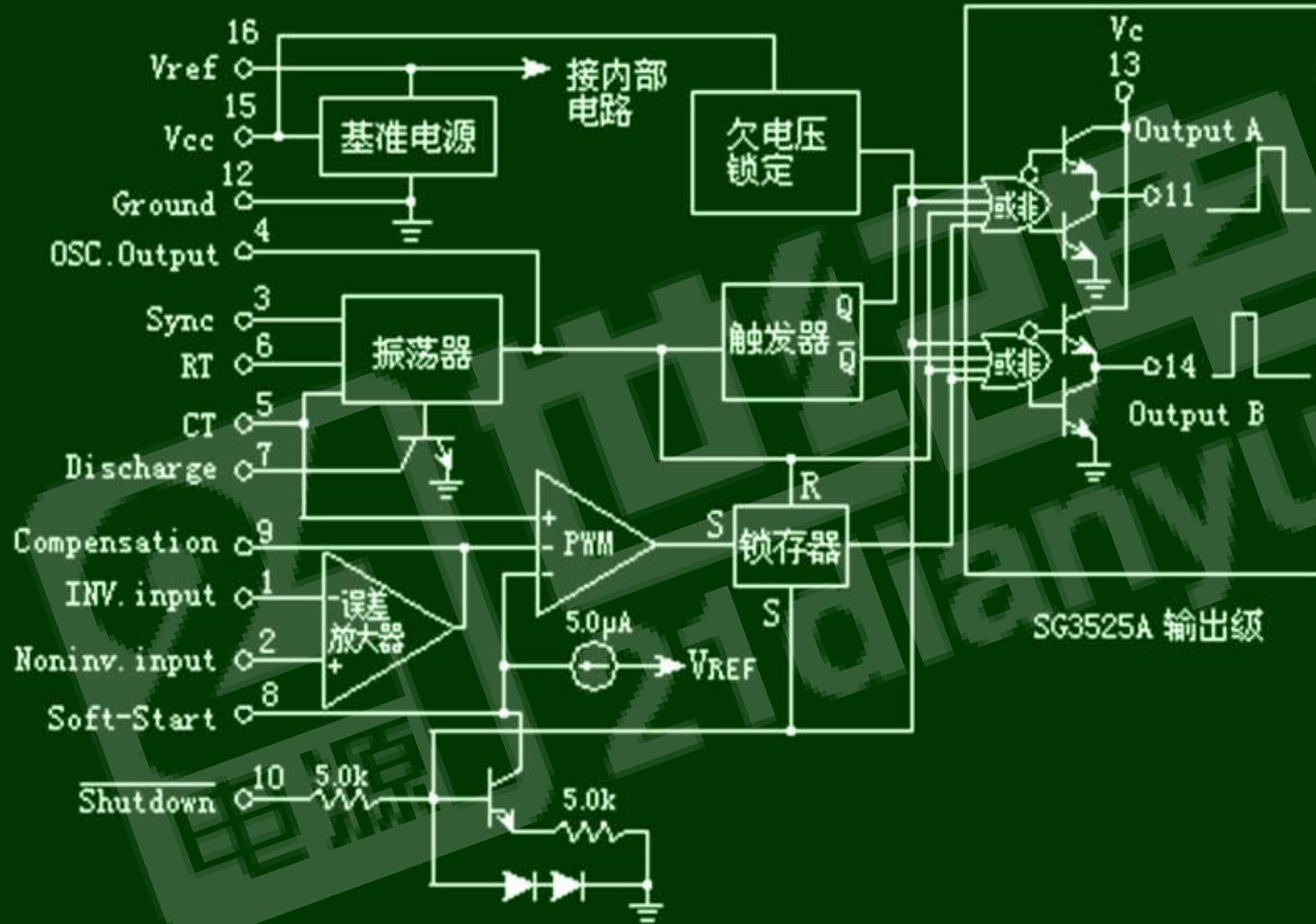
$$T_{z1} = T_{z2} = 1/2\pi f_r = \frac{1}{36885}$$

$$G_c(s) = \frac{K_1(T_{z1}s + 1)(T_{z2}s + 1)}{s(T_{p1}s + 1)(T_{p2}s + 1)} = \frac{2.37713 \times 10^7 \cdot (36885 + s)^2}{s(s + 266667)(s + 400000\pi)}$$



六、补偿网络的设计与实现

3 补偿网络的实现



开关电源的闭环控制技术基础

- 一. 开关变换器闭环控制系统的结构
 - 二. 开关变换器建模的基本方法
 - 三. 闭环控制系统其它部分的建模
 - 四. 闭环控制系统的稳定性判据
 - 五. 开关变换器的频率特性与系统性能
 - 六. 补偿网络的设计与实现
- 附录. 分析例

Thanks for your Attention

谢少军

南京航空航天大学自动化学院

xsj@nuaa.edu.cn

开关电源的闭环控制技术基础

APPENDIX

附录. 分析例

以Buck变换器为例

- 其控制-输出传递函数 $G_{vd}(s)$ 为：

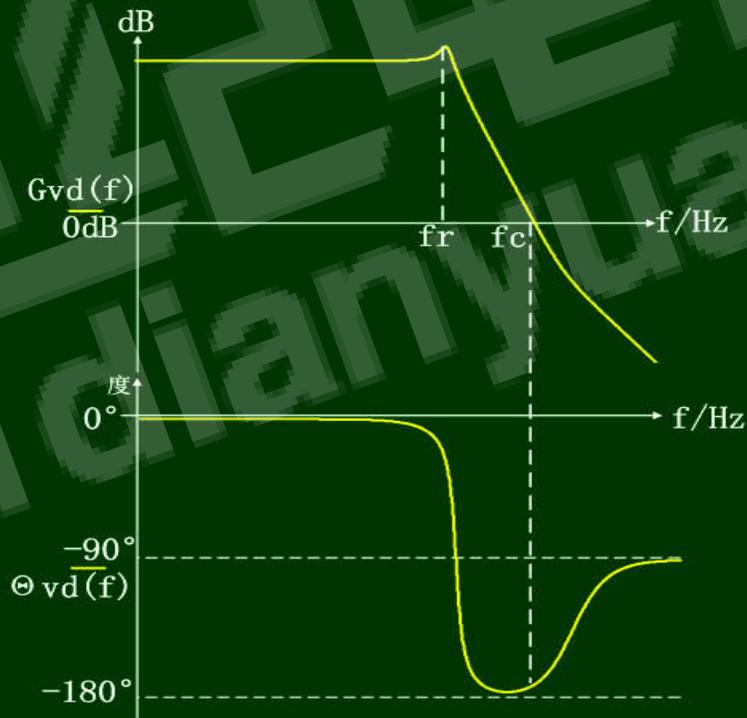
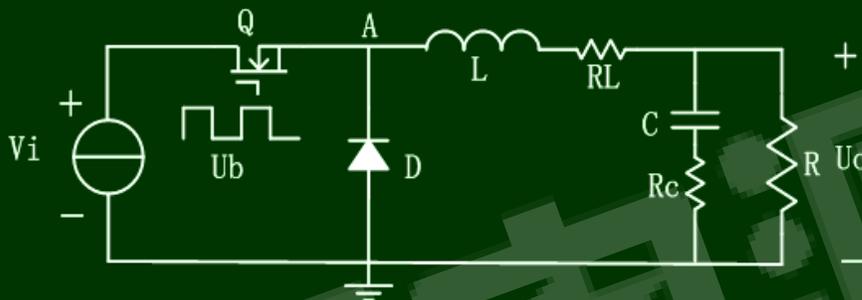
$$G_{vd}(s) = \frac{\hat{v}_o(s)}{\hat{d}(s)} = V_i \frac{1 + s/\omega_{zc}}{1 + s/Q\omega_0 + s^2/\omega_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, Q = \frac{1}{\omega_0[L/R + (R_L + R_c)C]}, \omega_{zc} = \frac{1}{R_c C}$$

幅频及相频特性曲线呈

低通滤波器特性

- 低频段增益较小、稳态精度不高
- 中频段相位裕度很小，稳定性差
- 高频段，由于电容ESR的作用，幅频特性曲线斜率为 $-20\text{dB}/\text{dec}$ ，纹波及高频噪声较大



采用闭环控制提高变换器的稳态和动态性能

设计原则

- 在适当频率处，提供超前相位，以抵消（或补偿）主电路较大的滞后相位
- 若主电路有较大的超前相位，要在适当频率处，提供滞后相位来抵消（或补偿）主电路过大的超前相位
- 系统的开环频率响应在高频率处穿越0dB线，以获得较宽频带，使系统响应加快

最终目标

使开环传递函数
满足理想频率特性要求

电压检测、调节器及PWM的传递函数

- 电压检测

- 一般电压检测电路的传递函数是一个分压比，记为 k_1 。即

$$H(s) = k_1$$

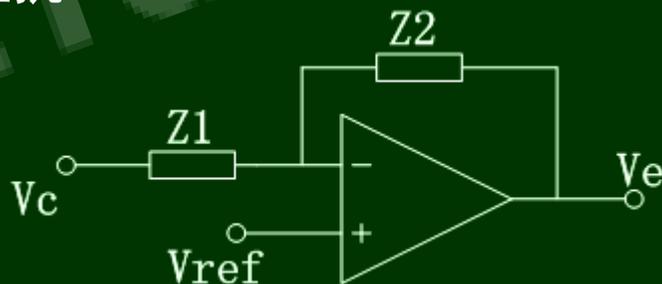
- PWM环节

- 对于简单的脉宽调制器，其传递函数近似与锯齿波的峰峰值成反比。
即 $1/V_m$ ， V_m 为锯齿波的峰峰值。

- 调节器

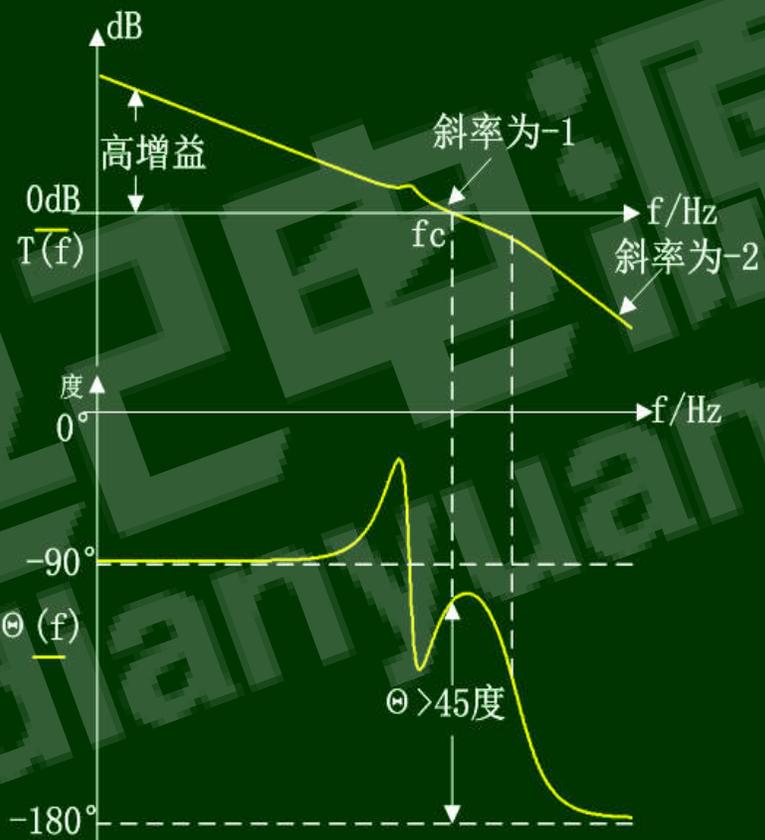
- 亦即补偿网络，由运算放大器、 $Z_1(s)$ 和 $Z_2(s)$ 组成， $Z_1(s)$ 为运放的输入阻抗， $Z_2(s)$ 为反馈支路阻抗

$$G_c(s) = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$



开环传递函数 $T(s)$ 的频率特性要求

- 系统设计原则（对补偿后的频率特性要求）：
 - 环路增益穿越频率 ω_c 足够高，则频带宽，系统响应速度快。但若频带过宽，易受高频噪声干扰；
 - 环路相位裕量与增益裕量足够。增益裕量越大，系统越稳定；相角裕量越大，则参数变化对稳定性的影响越小；
 - 环路增益特性穿越 0dB 的斜率为 -20dB/dec ，则相对稳定性好；
 - 低频段环路增益高，使系统误差小；
 - 高频段环路增益低，以抑制高频噪声。



理想环路增益 $T(s)$ 的频率特性

调节器（补偿网络）的类型

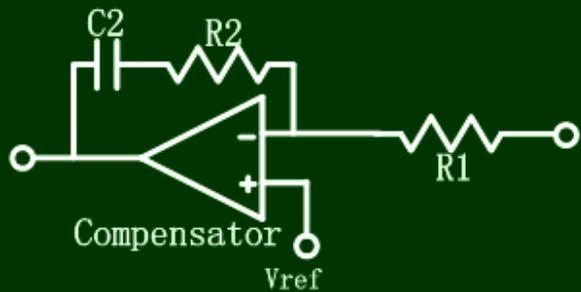
- 补偿网络有很多种，大致可分为超前、滞后、超前-滞后3种
 - 超前补偿网络：指具有超前相位的补偿网络。其可使带宽增加，还可以加大相位裕量，改善系统的瞬态响应性能，减小超调量。但高频噪声大；
 - 滞后补偿网络：指具有滞后相位的补偿网络。其可显著改善系统的稳态精度，但会降低系统的瞬态响应速度；
 - 滞后-超前补偿网络：指不同频段表现出滞后或超前的特性。其既可改善系统的稳态精度，又可提高瞬态性能。

为得到直流（或低频段）高增益，可引入积分环节，构成比例-积分(即PI)调节器

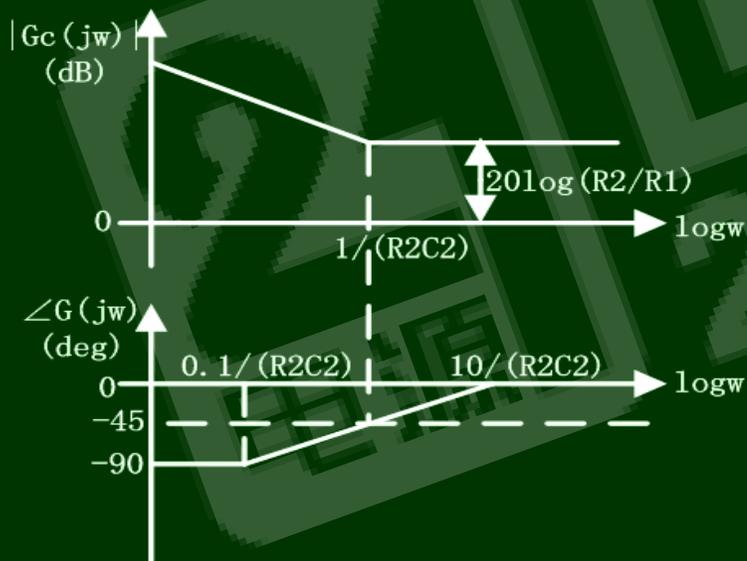
- 单零单极补偿网络 双零单极补偿网络
- 单零双极补偿网络 双零双极补偿网络
- 双零三极补偿网络

附录、分析例

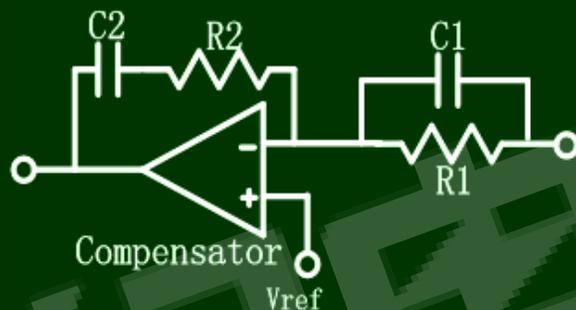
单零单极补偿



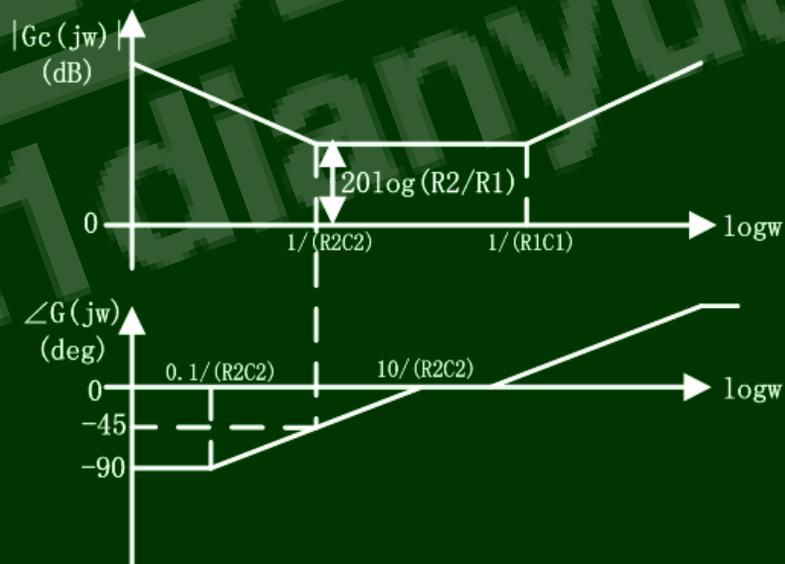
$$G_c(s) = \frac{1 + R_2 C_2 s}{R_1 C_2 s}$$



双零单极补偿

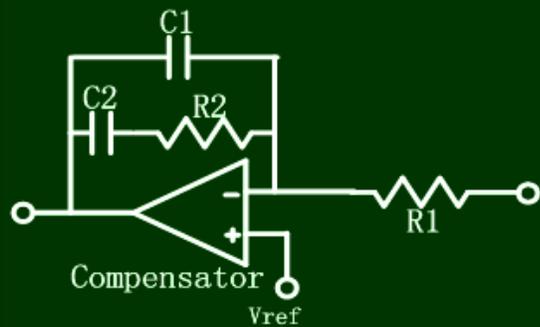


$$G_c(s) = \frac{(1 + R_2 C_2 s)(1 + R_1 C_1 s)}{R_1 C_2 s}$$

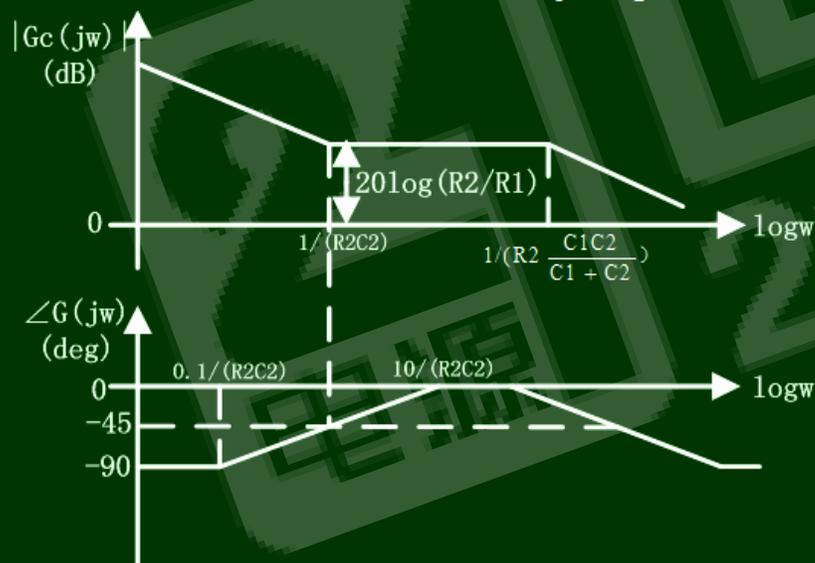


附录、分析例

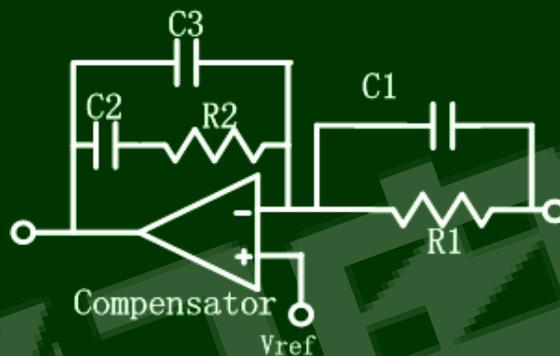
单零双极补偿



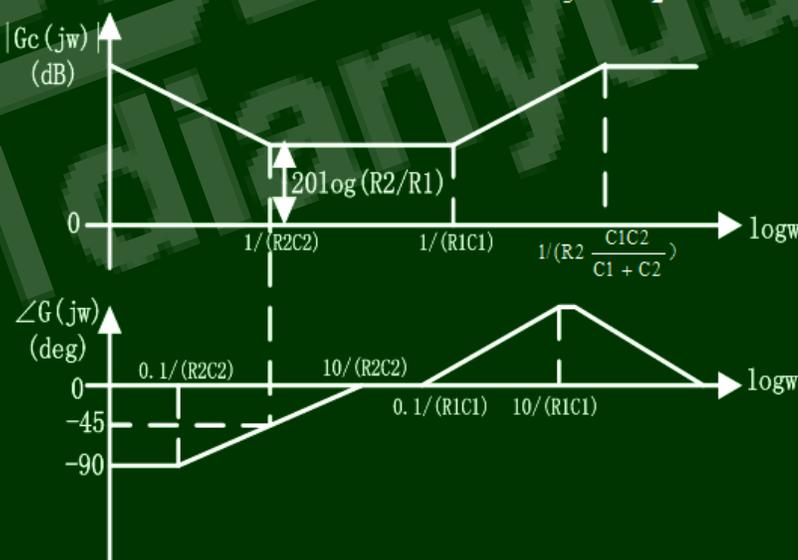
$$G_c(s) = \frac{(1 + R_2 C_2 s)}{R_1 (C_1 + C_2) s (1 + R_2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} s)}$$



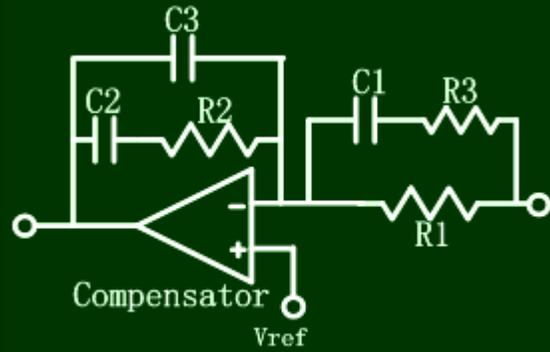
双零双极补偿



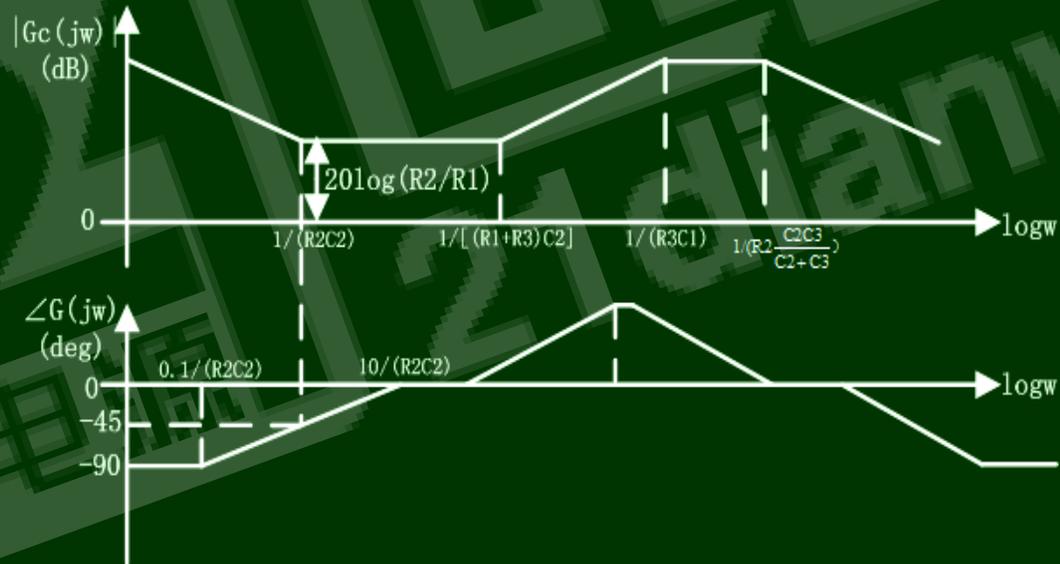
$$G_c(s) = \frac{(1 + R_2 C_2 s)(1 + R_1 C_1 s)}{R_1 (C_2 + C_3) s (1 + R_2 \frac{C_3 C_2}{C_3 + C_2} s)}$$



双零三极补偿



$$G_c(s) = \frac{(1 + R_2 C_2 s)[1 + (R_1 + R_3) C_1 s]}{R_1 (C_1 + C_3) s (1 + R_3 C_1 s) (1 + R_2 \frac{C_3 C_2}{C_3 + C_2} s)}$$



例10. Buck变换器变换器闭环控制设计

- Buck变换器性能指标

- 输入电压: $V_{in}=30\sim 60\text{VDC}$ (额定输入电压为48V)

- 输出性能: $V_{out}=24\text{VDC}$;

- $V_{out}(\text{p-p}) < 25\text{mv}$;

- $I_{out}=2\text{A}$;

- 当 $I_{out}=0.1\text{A}$ 时, 电感电流临界连续

- 开关频率: $f_s=200\text{KHz}$

后续内容直接取自某学生课程作业，主要用于展示设计方法和设计过程，仅供学习和参考。相关内容的正确性、合理性，使用本课件材料的机构和人员需自行考量

1 功率电路参数设计

A. 占空比D

$$U_o = DU_{in}$$

$$D_{\max} = \frac{U_o}{U_{i\min}} = \frac{24V}{30V} = 0.8$$

$$D_{\min} = \frac{U_o}{U_{i\max}} = \frac{24V}{60V} = 0.4$$

$$D_{\text{nom}} = \frac{U_o}{U_{iN}} = \frac{24V}{48V} = 0.5$$

B. 滤波电感L_f

以最小输出电流I_{omin}作为电感
临界连续电流来设计电感

$$\Delta i_{L\min} = 2I_{\text{omin}} = 0.2A$$

$$L_{f(\max)} = \frac{U_o T_{\text{off}(\max)}}{\Delta i_{L\min}} = \frac{U_o (1 - D_{\min})}{\Delta i_{L\min} f_s}$$

$$= \frac{24V \times (1 - 0.4)}{0.2A \times 200\text{kHz}} = 360\mu\text{H}$$

$$L_f \geq L_{f(\min)}, \text{ 取 } L_f = 360\mu\text{H}.$$

C. 滤波电容C_f

根据输出电压纹波要求设计

$$\Delta U_c = \frac{1}{C_f} \int_0^{T/2} \Delta I_c dt = \frac{U_o}{8L_f C_f f_s^2} (1 - D)$$

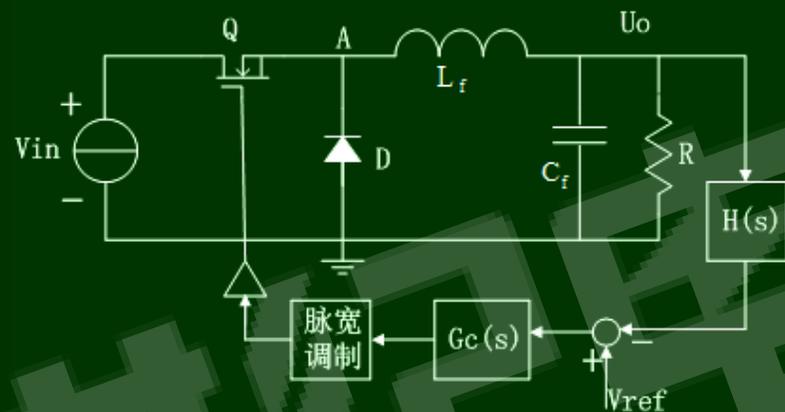
$$C_f = \frac{U_o (1 - D)}{8L_f f_s^2 \Delta U_c}$$

$$C_{f(\max)} = \frac{24V \times (1 - 0.4)}{8 \times 360\mu\text{H} \times (200\text{kHz})^2 \times 25\text{mV}} = 5\mu\text{F}$$

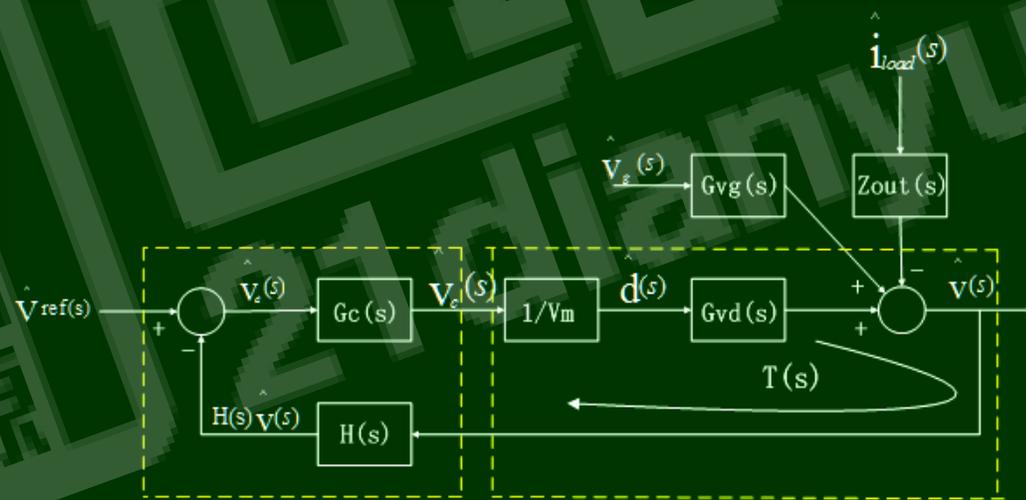
$$C_f \geq C_{f(\max)}, \text{ 取 } C_f = 10\mu\text{F}.$$

2 控制电路结构设计

单电压闭环控制原理图



闭环控制方块图



环路增益: $T(s) = H(s)G_c(s)G_{vd}(s)/V_m$

3 补偿器结构与参数设计

1、Gvd(s)的特性分析

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad j := \sqrt{-1} \quad s := j \cdot \omega \quad V_g := 48 \quad D := 0.5$$

$$L_f := 360 \mu\text{H} \quad C_f := 10 \mu\text{F} \quad R_L := 0.005 \Omega \quad R_c := 0.025 \Omega \quad R_{\text{ext}} := 12 \Omega$$

$$\omega_{zc} := \frac{1}{R_c \cdot C_f} \quad \omega_0 := \frac{1}{\sqrt{L_f \cdot C_f}} \quad Q := \frac{1}{\omega_0 \cdot \left[\frac{L_f}{R} + (R_L + R_c) \cdot C_f \right]}$$

$$G_{vd}(f) := V_g \cdot \frac{1 + \frac{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}{\omega_{zc}}}{1 + \frac{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}{Q \cdot \omega_0} + \frac{(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f)^2}{\omega_0^2}} \quad \theta(f) := \frac{\arg(G_{vd}(f))}{\pi} \cdot 180$$

$$\omega_0 = 1.667 \times 10^4 \frac{1}{\text{s}}$$

作出Gvd(s)的幅频特性及相频特性曲线。

$$g_{vd}(f) := 20 \cdot \log(|G_{vd}(f)|) \quad \theta_{vd}(f) := \frac{\arg(G_{vd}(f))}{\pi} \cdot 180$$

$$f_{cd} := 18.67 \text{KHz}$$

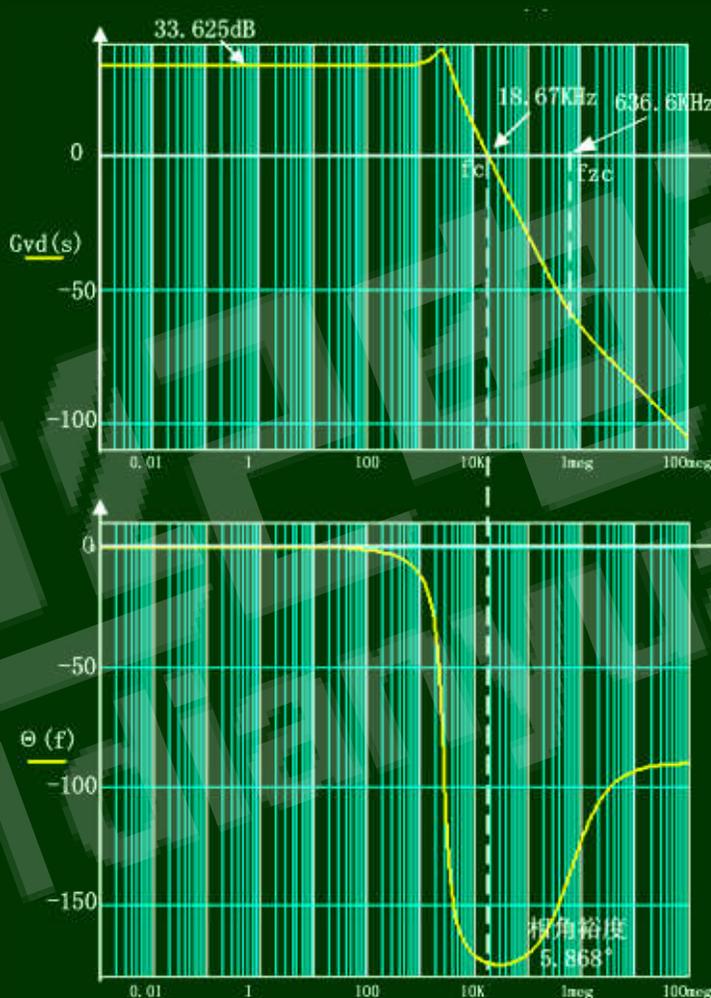
$$\theta_{vdyudu} := 180 + \theta_{vd}(f_{cd}) = 5.868$$

从Gvd(s)的幅频、相频特性曲线图上可知：截止频率 $f_{cd}=18.67\text{KHz}$ ，低频增益为33.625dB，零点出所对应的频率为636.6KHz，相角裕度为5.868度。

附录、分析例

- 通过Mathcad计算得：

- $G_{vd}(s)$ 低频增益33.625dB
- 谐振频率 $f_0=2.52\text{kHz}$
- 截止频率 $f_c=18.67\text{kHz}$ ，并且斜率为-2，这是一个典型的二阶低通滤波器
- 滤波电容 C_f 的ESR产生的零点处频率为636.6kHz
- 相角裕度5.868度



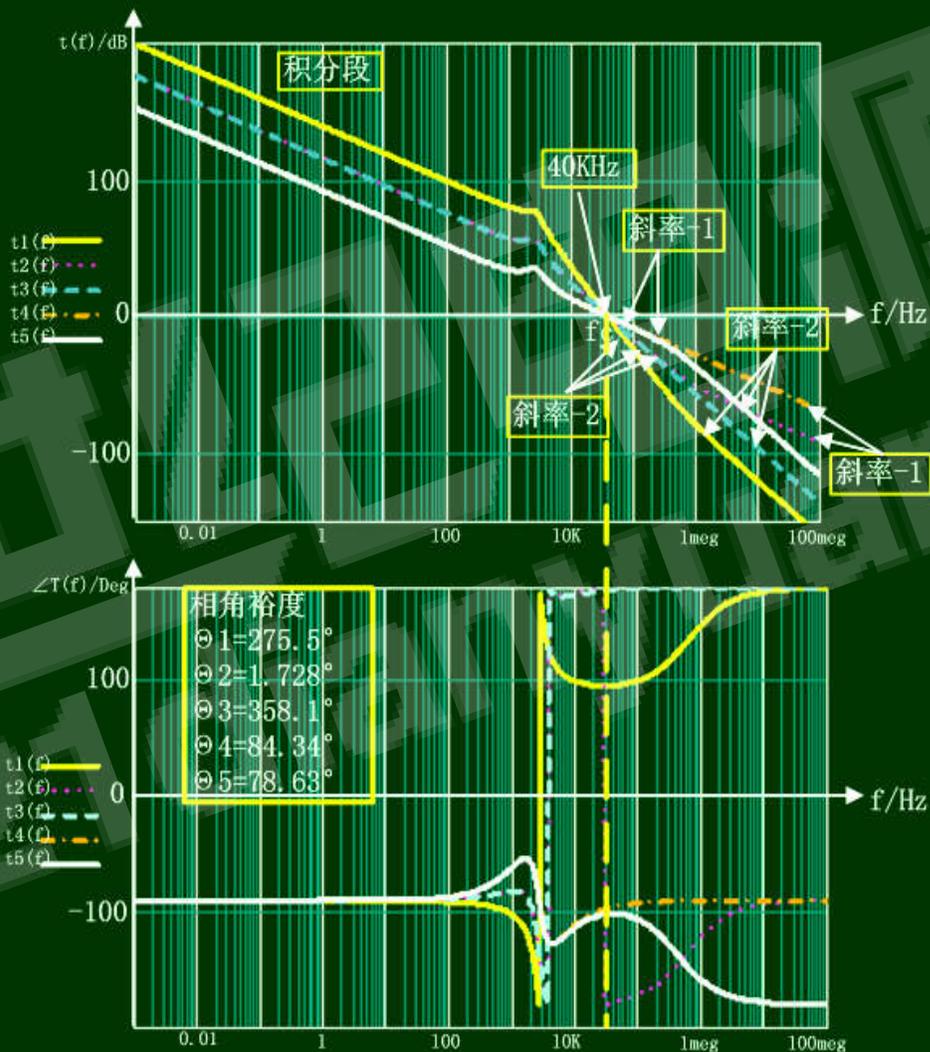
与理想开环特性曲线相比有较大差距，必须设计补偿环节。

补偿网络的设计原则

- 设置环路增益的穿越频率 f_c
 - 通常 $f_c = f_s/10 \sim f_s/5$ ，设计时取 $f_c = f/5 = 40\text{kHz}$
- 增加一极点 f_{p1} ，使 $f_{p1} = f_{zc}$ 以消除滤波电容ESR的影响
- 在高频处增加一极点 f_{p2} ，通常取 $f_{p2} = f_s/2$ ，提高系统抑制高频噪声的能力
- 在低于 f_c 频段增加两零点 f_{z1} 、 f_{z2} ，以获得足够大的稳定裕度
- 确定积分增益
- 选取补偿环节参数

采用不同补偿网络时的性能比较

- 只有积分环节
 - $T1(s) \rightarrow t1(f) = 20 \log |T1(f)|$
- 单零单极补偿
 - $T2(s) \rightarrow t2(f) = 20 \log |T2(f)|$
- 单零双极补偿
 - $T3(s) \rightarrow t3(f) = 20 \log |T3(f)|$
- 双零双极补偿
 - $T4(s) \rightarrow t4(f) = 20 \log |T4(f)|$
- 双零三极补偿
 - $T5(s) \rightarrow t5(f) = 20 \log |T5(f)|$



采用不同补偿网络时的性能比较

开环传函数	补偿环节	截止频率	低频段	穿越频率处斜率	高频段斜率
$T1(s)$	K_p/s	40K	积分环节	-2	-2
$T2(s)$	$f_{z1}=f_r, f_{p1}=f_{zc}$ K_p/s	40K	积分环节	-2	-1
$T3(s)$	$f_{z1}=f_r, f_{p1}=f_{zc}$ $f_{p2}=10f_c, K_p/s$	40K	积分环节	-2	-2
$T4(s)$	$f_{z1}=f_{z2}=f_r$ $f_{p1}=f_{zc}, K_p/s$	40K	积分环节	-1	-1
$T5(s)$	$f_{z1}=f_{z2}=f_r$ $f_{p1}=f_{zc}, f_{p2}=10f_c, K_p/s$	40K	积分环节	-1	-2

采用第5种补偿方案时变换器开环传递函数同时满足：

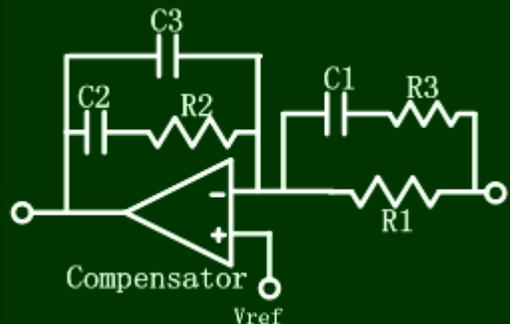
- (1) 低频段积分环节，提高系统型别，使系统成为无差系统；
- (2) 截止频率 $f_c = f_s/5 = 40\text{kHz}$ ；
- (3) 穿越频率处斜率为 -20dB/dec ；
- (4) 高频段斜率为 -40dB/dec ，提高系统抑制高频噪声的能力



选用第5种方案

4 调节器电路与参数设计

双零三极调节器



$$G_c(s) = \frac{(1 + R_2 C_2 s)[1 + (R_1 + R_3) C_1 s]}{R_1 (C_2 + C_3) s (1 + R_3 C_1 s) (1 + R_2 \frac{C_3 C_2}{C_3 + C_2} s)}$$

$$f_c = f_s / 5, f_{z1} = f_{z2} = f_r, f_{p1} = f_{zc}, f_{p2} = f_s / 2, |G_c(f_c)| = 1$$

$$R_1 (C_2 + C_3) = 1.663 \times 10^{-5}$$

$$R_2 C_2 = (R_1 + R_3) C_2 = 6 \times 10^{-5}$$

$$R_3 C_1 = 2.5 \times 10^{-7}$$

$$R_2 \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{1}{10 \omega_c} = 3.979 \times 10^{-7}$$

$$R1=16k \Omega$$

$$R2=60k \Omega$$

$$R3=70 \Omega$$

$$C1=1nF$$

$$C2=3.5nF$$

$$C3=7pF$$

2. 补偿环节Gc(s)的设计

通常希望环路增益T(s)的传递函数的截止频率为(1/4~1/6)fs, 这里取fc=1/5fs=40KHz。

$$f_c = 40KHz \quad |Gvd(f_c)| = 0.212$$

对于补偿电路有很多种设计方法, 有单零点补偿、单极点补偿、单零单极补偿、单零双极补偿、双零单极补偿、双零双极补偿、双零三极补偿。具体选用哪种方法要视具体情况而定。

在这个Buck的设计中, 截止频率fc达不到要求、在高频处要消除ESR带来的零点影响、在f0处要消除谐振影响、在低频时提高系统型别使系统成为误差系统、高频处要以-40dB/Dec斜率下降(增加一个极点)。综上: 这里选用双零三极补偿方式。

$$H_s = \frac{5}{24} \quad V_m = 2.4$$

$$\omega_{z1} = \omega_0 \quad \omega_{z2} = \omega_0 \quad \omega_{p1} = \omega_{zc} \quad \omega_{p2} = 10 \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_c)$$

设Gc(s)的比例为1/Kp。由T(s)=Gc(s)Gvd(s)H(s)/Vm在fc处的|T(fc)|=1得出Kp。

$$G_{cx}(f) = \frac{\left(1 + \frac{j \cdot 2\pi f}{\omega_{z1}}\right) \left(1 + \frac{j \cdot 2\pi f}{\omega_{z2}}\right)}{j \cdot 2\pi f \cdot \left(1 + \frac{j \cdot 2\pi f}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{j \cdot 2\pi f}{\omega_{p2}}\right)}$$

$$K_p = \frac{|G_{cx}(f_c) Gvd(f_c) H_s|}{V_m} = 1.663 \times 10^{-5} \quad G_c(f) = \frac{G_{cx}(f)}{K_p}$$

验证T(s)的截止频率是不是fc=40KHz?

$$t(f) = \frac{G_c(f) Gvd(f) H_s}{V_m} \quad |t(f_c)| = 1$$

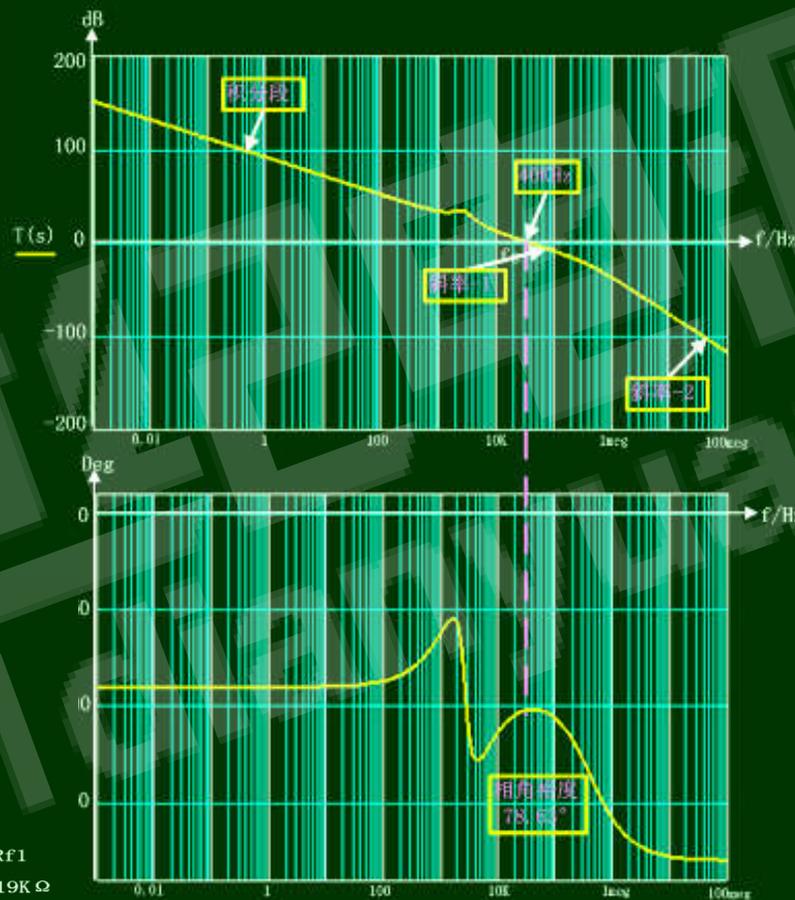
作出T(s)幅频特性及相频特性曲线。

$$tt(f) = 20 \cdot \log(|t(f)|) \quad \theta_t(f) = \frac{\arg(t(f))}{\pi} \cdot 180$$

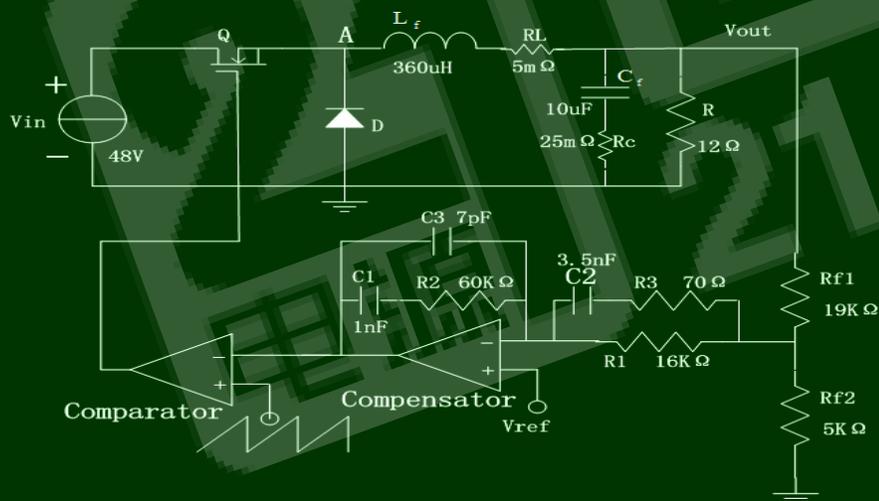
$$\theta_{yudu} = 180 + \theta_t(40KHz) = 78.628$$

5 设计结果分析：开环传递函数 $T(s)$

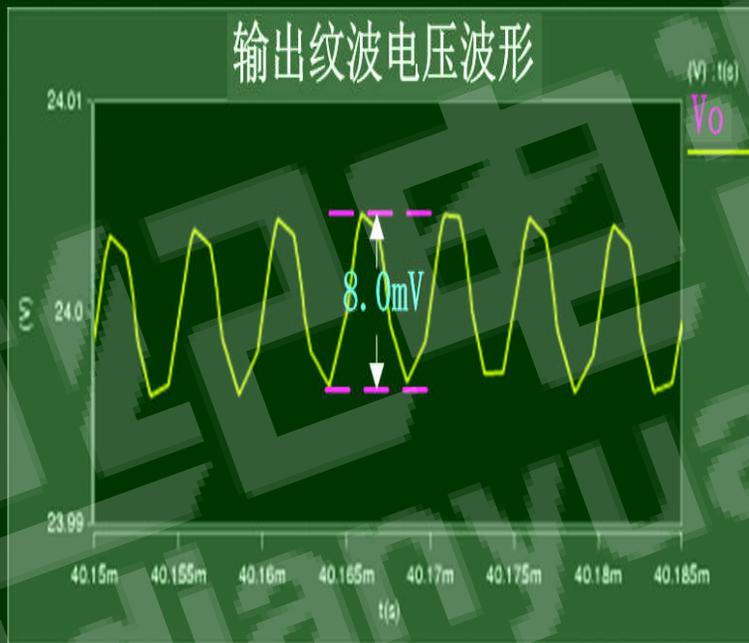
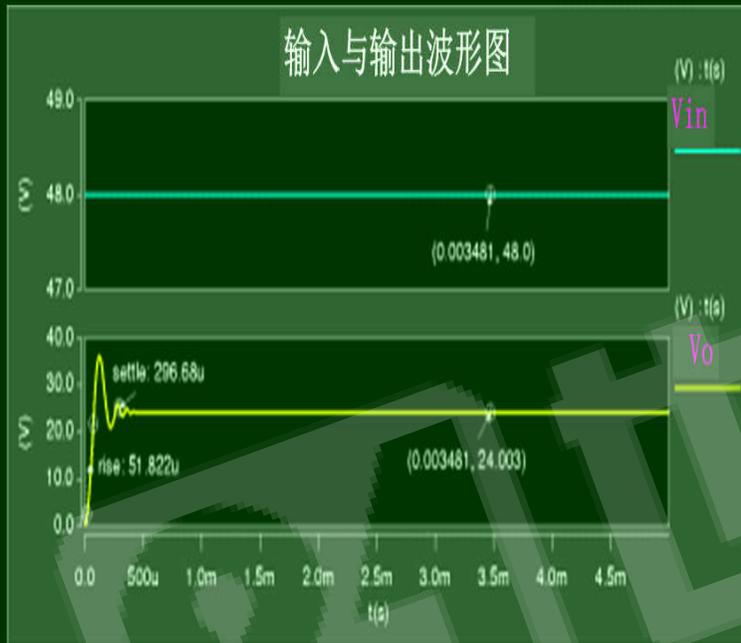
- 根据实际选择的参数作出开环传递函数Bode图
- 从图上可以看出，满足理想开环传递函数 $T(s)$ 的要求



6 设计结果校验：电路仿真



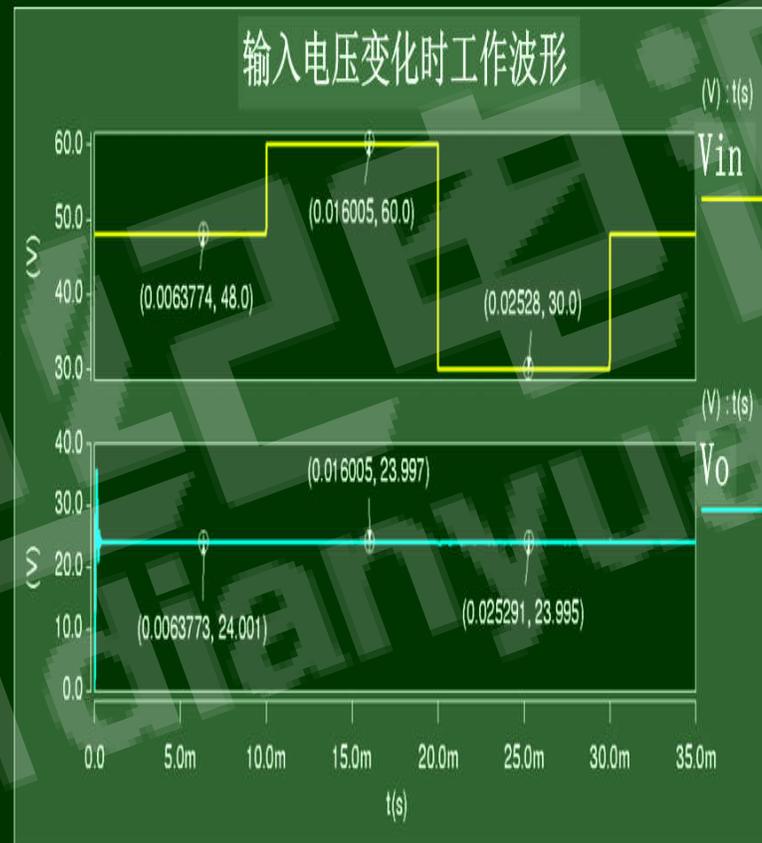
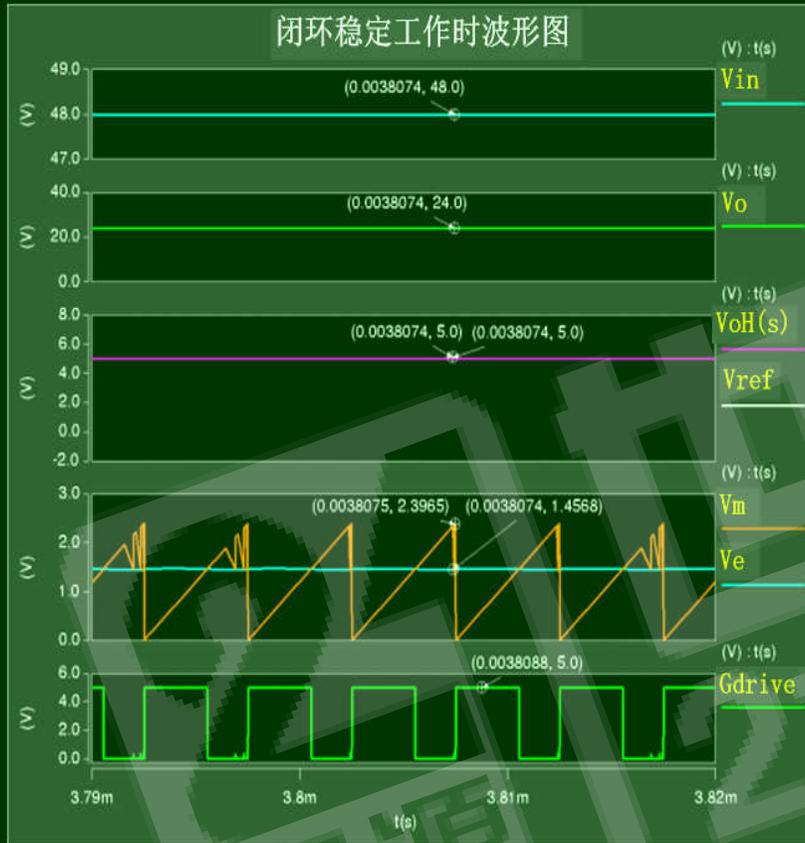
6 设计结果校验：电路仿真



其上升时间为51.8 μ s,
调节时间为0.3ms

$$\Delta V_{out} (p-p) = 8.0\text{mV} < 25\text{mV}$$

6 设计结果校验：电路仿真



6 设计结果校验：电路仿真

